

T H E S E

PRESENTEE

**A LA FACULTE DES SCIENCES D'ORSAY
DE L'UNIVERSITE DE PARIS**

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR-INGENIEUR

par

Victor SITBON

**COMPENSATION DE LA CHARGE DE LA CAVITE PAR LE FAISCEAU
DANS UN ACCELERATEUR LINEAIRE A PROTONS :
ETUDE ET REALISATION D'UN REGULATEUR DE NIVEAU HAUTE-FREQUENCE**

Soutenue le 10 juin 1971, devant la Commission d'Examen

MM. GRIVET

Président

**BERTEIN
LAPOSTOLLE
PROME**

Examineurs

THESE

COMPENSATION DE LA CHARGE DE LA CAVITE PAR LE FAISCEAU
DANS UN ACCELERATEUR LINEAIRE A PROTONS :
ETUDE ET REALISATION D'UN REGULATEUR DE NIVEAU HAUTE-FREQUENCE
PRESENTEE

A LA FACULTE DES SCIENCES D'ORSAY
DE L'UNIVERSITE DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR-INGENIEUR

par

Victor SITBON

COMPENSATION DE LA CHARGE DE LA CAVITE PAR LE FAISCEAU
DANS UN ACCELERATEUR LINEAIRE A PROTONS :
ETUDE ET REALISATION D'UN REGULATEUR DE NIVEAU HAUTE-FREQUENCE

Soutenue le 10 juin 1971, devant la Commission d'Examen

MM. GRIVET

Président

BERTEIN

LAPOSTOLLE

Examineurs

PROME

T H E

THESIS

A LA FACULTE DES SCIENCES D'ORAN
DE L'UNIVERSITE DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR-INGENIEUR

EN

PHYSIQUE

COMPARAISON DE LA CHARGE DE LA CAVITE PAR LE FAISCEAU
DANS UN ACCELERATEUR LINEAIRE A TROUS
ETUDE ET REALISATION D'UN REGULATEUR DE NIVEAU HAUTE-FREQUENCE



Submitted to the Faculty of Sciences of the University of Leiden

Presented

M. - GRIVET

BERTIN

LAPOSTOLLE

PROME

COMPENSATION DE LA CHARGE DE LA CAVITE PAR LE FAISCEAU DANS UN ACCELERATEUR LINEAIRE A PROTONS : ETUDE ET REALISATION D'UN REGULATEUR DE NIVEAU HAUTE-FREQUENCE

PRESENTATION

En vue d'accroître le nombre de particules accélérées dans le synchrotron à protons Saturne, l'accélérateur électrostatique d'injection Van de Graaff de 3,6 MeV a été remplacé en 1969 par un accélérateur linéaire à protons possédant les performances suivantes :

- Energie d'injection dans l'accélérateur linéaire : 750 keV
- Durée de l'impulsion faisceau : 600 μ s
- Courant en sortie de l'accélérateur linéaire : 20 à 30 mA
- Niveau de champ nominal : 2,7 MV/m
- Energie de sortie : 20 MeV.

Le dernier étage d'alimentation de l'accélérateur qui est un tube TH515 peut monter jusqu'à 2,2 MW en puissance HF. En l'absence de faisceau, une puissance de 1,5 MW suffit pour établir dans l'accélérateur le champ nominal, l'impulsion HF dure 1 ms avec une périodicité de un coup toutes les une à trois secondes.

En ce qui concerne précisément cette alimentation un des problèmes les plus importants qui se pose est la charge de la cavité de l'accélérateur par le faisceau. Quand l'intensité du faisceau de protons accélérés dépasse des valeurs de l'ordre de 10 mA et atteint même 50 à 100 mA, la charge (beam-loading) ainsi introduite n'est plus du tout négligeable et risque de perturber de façon notable les champs en niveau comme en distribution.

Pour obtenir une énergie moyenne fixe et un faisceau bien stable et si l'on veut injecter une intensité d'environ 20 à 30 mA, on ne peut tolérer une chute du niveau du champ supérieure à quelques %.

Il faut par suite prévoir un système de compensation. Pour des raisons qui seront précisées plus loin, le choix s'est porté sur un régulateur de niveau qui consiste en une boucle d'asservissement.

Le travail présenté ici comporte deux parties :

1° - Une étude théorique portant sur :

.D'une part, la montée des champs HF dans une cavité résonnante alimentée par une boucle d'induction ¹⁾. A partir de mesures sur l'impédance d'entrée de la boucle en régime transitoire et sur le temps de montée des champs dans la cavité, cette étude donnera une représentation en constantes localisées de la cavité couplée avec sa boucle d'alimentation.

.D'autre part, la charge de la cavité par le faisceau avec des applications numériques sur l'accélérateur linéaire de 20 MeV.

2° - Une étude technologique concernant la réalisation proprement dite du régulateur.

L'ensemble de l'étude théorique permettra de conclure à la validité d'un circuit R-C simulant la réponse de la cavité dans un schéma fonctionnel du régulateur.

Des mesures de courbes de gain et une étude de la stabilité accompagneront la description des différents étages électroniques.

Enfin des résultats sur le niveau du champ HF et sur le comportement du faisceau seront présentés.

1)
On utilisera aussi, indifféremment, par la suite, les termes :
boucle d'alimentation, boucle d'injection ou boucle d'attaque.

On désignera par "petite boucle d'induction", une boucle fortement sous-couplée qui permet la détection du signal dans la cavité accélératrice.

COMPOTEMENT D'UNE CAVITE RESONNANTE EXCITEE PAR UNE PERTURBATION EXTERIEURE

A

AI - THEORIE GENERALE DES CAVITES RESONNANTES

Avant d'aborder les problèmes de temps de montée des champs dans une cavité résonnante et de charge par le faisceau, on a pensé qu'il était bon de rappeler brièvement la théorie des cavités résonnantes à partir des modes orthonormaux.

Dans cette théorie, toute fonction représentant un aspect physique du champ électromagnétique à l'intérieur d'une cavité creuse est développable en une série de fonctions orthonormées, chacune de ces fonctions correspondant à un mode de la cavité.

D'autre part, toute fonction vectorielle de points $\vec{V}(M)$ est décomposable en une fonction solénoïdale $\vec{V}_1$ et une fonction irrotationnelle $\vec{V}_2$.

$$\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$$

avec

$$\text{div } \vec{V}_1 = 0 \quad \text{et} \quad \text{rot } \vec{V}_2 = 0$$

Deux fonctions jouent un rôle important, le champ électrique $\vec{E}$ et le champ magnétique $\vec{H}$.

Le champ $\vec{H}$ vérifie : $\text{div } \vec{H} = 0$ en milieu de permittivité magnétique μ constante. Par suite,

$$\vec{H} = \sum_i h_i \vec{H}_i \quad i : \text{mode de la cavité}$$

avec

$$\text{div } \vec{H}_i = 0 \quad V_i$$

Par contre, $\vec{E}$ ne vérifie $\text{div } \vec{E} = 0$ qu'en absence de charges électrostatiques, par suite :

$$\vec{E} = \sum_i (e_i \vec{E}_i + f_i \vec{F}_i)$$

avec

$$\text{div } \vec{E}_i = 0 \quad \text{et} \quad \text{rot } \vec{F}_i = 0 \quad V_i$$

Pour chaque mode, nous avons les hypothèses suivantes :

1° - Sur $\vec{E}_i$ et $\vec{H}_i$

On impose entre $\vec{E}_i$ et $\vec{H}_i$, les relations :

$$K_i \vec{E}_i = \text{rot } \vec{H}_i, \quad K_i \vec{H}_i = \text{rot } \vec{E}_i; \text{ d'où on déduit}$$

$$\Delta \vec{E}_i + K_i^2 \vec{E}_i = 0 \quad \text{et} \quad \Delta \vec{H}_i + K_i^2 \vec{H}_i = 0$$

Avec comme conditions aux limites :

Si $\vec{n}$ est le vecteur normal à la surface de la cavité.

$\vec{n} \wedge \vec{H}_i = 0$ sur toute surface S' non-conductrice (circuit ouvert)

$\vec{n} \wedge \vec{E}_i = 0$ sur toute surface S conductrice (court-circuit).

A partir des conditions précédentes et du théorème de Stokes, on peut déduire de plus :

$$\vec{n} \cdot \vec{H}_i = 0 \text{ sur } S \quad \text{et} \quad \vec{n} \cdot \vec{E}_i = 0 \text{ sur } S'$$

2° - Sur $\vec{F}_i$

Le champ $\vec{F}_i$, vérifiant $\text{rot } \vec{F}_i = 0$, dérive d'un potentiel, il existe donc une fonction scalaire ψ_i telle que

$$K_i \vec{F}_i = \text{grad } \psi_i$$

$$\text{on impose : } \Delta \psi_i + K_i^2 \psi_i = 0$$

$$\text{ou } \Delta F_i + K_i^2 \vec{F}_i = 0$$

avec les conditions aux limites :

$$\psi_i = 0 \quad \text{et} \quad \vec{n} \wedge \vec{F}_i = 0 \quad \text{sur } S \text{ et } S'.$$

A chaque mode propre de résonance i de la cavité est ainsi associée une valeur propre K_i .

Propriété des modes propres

A partir d'identités portant sur les opérateurs vectoriels et du théorème de Green, on peut démontrer les relations suivantes, la normalisation ne posant pas de problème particulier :

$$\int_V \vec{E}_i \cdot \vec{E}_j \, dv = \delta_{ij} \quad , \quad \int_V \vec{H}_i \cdot \vec{H}_j \, dv = \delta_{ij}$$

$$\int_V \vec{F}_i \cdot \vec{F}_j \, dv = \delta_{ij} \quad , \quad \int_V \psi_i \psi_j \, dv = \delta_{ij}$$

$$\int_V \vec{F}_i \cdot \vec{E}_j \, dv = 0 \quad \forall (i,j)$$

δ_{ij} est le symbole de Kronecker.

L'intégrale est étendue au volume de la cavité.

De la sorte, les $\vec{H}_i$, les $\vec{E}_i$ et $\vec{F}_i$ ou les ψ_i constituent, mathématiquement, une base orthonormée de l'espace vectoriel des fonctions représentant un aspect physique du champ électromagnétique.

On a ainsi :

$$\text{Champ électrique : } \vec{E} = \sum_i \vec{E}_i \int_V \vec{E} \cdot \vec{E}_i \, dv + \sum_i \vec{F}_i \int_V \vec{E} \cdot \vec{F}_i \, dv$$

$$\text{Champ magnétique : } \vec{H} = \sum_i \vec{H}_i \int_V \vec{H} \cdot \vec{H}_i \, dv$$

Courant de convection : $\vec{J} = \sum_i \vec{E}_i \int_V \vec{J} \cdot \vec{E}_i dv + \sum_i \vec{F}_i \int \vec{J} \cdot \vec{F}_i dv$

Charge électrostatique : $\rho = \sum \psi_i \int_V \rho \cdot \psi_i dv$

On doit noter ici que les fonctions vectorielles correspondant aux modes propres ne dépendent que de la géométrie de la cavité et sont donc des fonctions de points de l'espace indépendantes du temps.

Equations donnant la variation des coefficients en fonction du temps

Comme, en général, une cavité accélératrice ne contient pas de charges électrostatiques ($\rho = 0$), on s'intéresse dans ce cadre, uniquement, aux coefficients :

$$\int_V \vec{E} \cdot \vec{E}_i dv, \quad \int_V \vec{H} \cdot \vec{H}_i dv, \quad \text{et} \quad \int_V \vec{J} \cdot \vec{E}_i dv.$$

F_i et ψ_i étant réduits à zéro.

Les grandeurs $\vec{E}$, $\vec{H}$, $\vec{J}$, $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$, $\vec{B} = \mu \vec{H}$ sont reliées entre elles par les équations de Maxwell.

L'équation : $\text{rot } \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0,$

après remplacement de $\vec{E}$ et $\vec{B}$ par leurs développements respectifs, donne entre les coefficients la relation

$$K_i \int_V \vec{E} \cdot \vec{E}_i dv + \mu \frac{d}{dt} \int_V \vec{H} \cdot \vec{H}_i dv = - \int_S (\vec{n} \wedge \vec{E}) \cdot \vec{H}_i ds \quad (1)$$

L'équation : $\text{rot } \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J}$ de même, donne :

$$K_i \int_V \vec{H} \cdot \vec{H}_i dv - \epsilon \frac{d}{dt} \int_V \vec{E} \cdot \vec{E}_i dv = \int_V \vec{J} \cdot \vec{E}_i dv - \int_{S'} (\vec{n} \wedge \vec{H}) \cdot \vec{E}_i dS' \quad (2)$$

La combinaison de ces deux équations donne les équations suivantes aux variables séparées

$$\begin{aligned} & \epsilon \mu \frac{d^2}{dt^2} \int_V \vec{E} \cdot \vec{E}_i dv + K_i^2 \int_V \vec{E} \cdot \vec{E}_i dv \\ &= - \mu \frac{d}{dt} \left[\int_V \vec{J} \cdot \vec{E}_i dv - \int_{S'} (\vec{n} \wedge \vec{H}) \cdot \vec{E}_i dS \right] - K_i \int_S (\vec{n} \wedge \vec{E}) \cdot \vec{H}_i ds \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \epsilon \mu \frac{d^2}{dt^2} \int_V \vec{H} \cdot \vec{H}_i dv + K_i^2 \int_V \vec{H} \cdot \vec{H}_i dv \\ = K_i \left[\int_V \vec{J} \cdot \vec{E}_i dv - \int_{S'} (\vec{n} \wedge \vec{H}) \cdot \vec{E}_i ds \right] - \epsilon \frac{d}{dt} \int_S (\vec{n} \wedge \vec{E}) \cdot \vec{H}_i ds \quad (4) \end{aligned}$$

$\int_S$ est une intégrale double de surface étendue aux parties conductrices S des parois de la cavité. De même $\int_{S'}$ est étendue aux parties non-conductrices.

Il faut ici faire deux remarques importantes.

1° - Le premier membre des équations (3) et (4), s'il est égalé à zéro, fait apparaître l'équation d'un oscillateur sans pertes. Cet oscillateur résonne sur les pulsations discrètes ω_i données par :

$$\omega_i^2 = \frac{K_i^2}{\epsilon \mu} = (2 \pi f_i)^2$$

2° - Dans le deuxième membre interviennent toutes les perturbations possibles :

$$\begin{aligned} \int_S (\vec{n} \wedge \vec{E}) \cdot \vec{H}_i ds &: \text{pertes résistives sur les parois.} \\ \int_{S'} (\vec{n} \wedge \vec{H}) \cdot \vec{E}_i ds' &: \text{source extérieure (boucle d'alimentation)} \\ \int_V \vec{J} \cdot \vec{E}_i dv &: \text{courant de convection (faisceau de particules).} \end{aligned}$$

Mode prédominant - Coefficient de surtension à vide

En réalité, les parois d'une cavité n'ont pas une conductivité parfaite ($\sigma = \infty$). Cette conductivité est bonne, mais finie. Il existe alors sur la surface des parois une petite composante du champ électrique.

Si on suppose que les coefficients obéissent à une loi du type constante $\times e^{j\omega t}$ en fonction du temps, la composante tangentielle du champ $\vec{E}$ est donnée par :

$$\vec{n} \wedge \vec{E} = \vec{H}(1+j) \sqrt{\frac{\omega \mu}{2 \sigma}}$$

L'équation (3), en absence de source extérieure et de faisceau, s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \epsilon \mu \frac{d^2}{dt^2} \int_V \vec{E} \cdot \vec{E}_i dv + K_i^2 \int_V \vec{E} \cdot \vec{E}_i dv &= - K_i (1+j) \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\sigma}} \int_S \vec{H} \cdot \vec{H}_i ds \\ &= - K_i (1+j) \omega \mu \frac{\delta}{2} \int_S \vec{H} \cdot \vec{H}_i ds \quad (3') \end{aligned}$$

δ : épaisseur de peau sur les parois de la cavité.

Dans le cas où on considère la prédominance d'un mode dans la cavité, c'est-à-dire ω très voisin de ω_i ($\omega \approx \omega_i$), on peut admettre sur les parois :

$$\vec{H} = \vec{H}_i \int_V \vec{H} \cdot \vec{H}_i dv$$

$$\text{d'où} \quad \int_S \vec{H} \cdot \vec{H}_i ds = \int_S H_i^2 ds \cdot \int_V \vec{H} \cdot \vec{H}_i dv$$

On définit le coefficient de surtension à vide Q_{oi} pour le mode i par :

$$\frac{1}{Q_{oi}} = \frac{\delta}{2} \int_S H_i^2 ds \Bigg/ \int_V H_i^2 dv = \frac{\delta}{2} \int_S H_i^2 ds$$

qui correspond à la définition générale d'un coefficient de surtension introduit par des pertes Joule.

Par suite :

$$\int_S \vec{H} \cdot \vec{H}_i ds = \frac{2}{\delta Q_{oi}} \int_V \vec{H} \cdot \vec{H}_i dv$$

Or d'après l'équation (2), toujours en absence de source extérieure et de faisceau,

$$\int_V \vec{H} \cdot \vec{H}_i dv = \frac{\epsilon}{K_i} \frac{d}{dt} \int_V \vec{E} \cdot \vec{E}_i dv$$

Finalement, l'équation (3') devient, si on pose

$$V_i(t) = \int_V \vec{E} \cdot \vec{E}_i dv$$

$$\frac{d^2}{dt^2} V_i(t) + (1+j) \frac{\omega_i}{Q_{oi}} \frac{d}{dt} V_i(t) + \omega_i^2 V_i = 0 \quad (3'')$$

Cette équation ne tient compte que des pertes sur les parois.

Si on pose $V_i = \text{cte} \times e^{j\omega t}$

ω doit vérifier :

$$\omega \approx \omega_i \left(1 - \frac{1}{2 Q_{oi}} \right) + j \frac{\omega_i}{2 Q_{oi}}$$

Le terme réel correspond à la fréquence de résonance

$$\omega'_i \approx \omega_i \left(1 - \frac{1}{2 Q_{oi}} \right)$$

l'atténuation

Le terme imaginaire correspond à l'atténuation due aux pertes.

L'équation (3), dans le cas général, s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 V_i(t)}{dt^2} + (1+j) \frac{\omega_i}{Q_{oi}} \frac{dV_i(t)}{dt} + \omega_i^2 V_i(t) \\ = \frac{1}{\epsilon} \frac{d}{dt} \left[\int_{S'} (\vec{H} \wedge \vec{E}_i) \cdot \vec{n} \, ds - \int_V \vec{J} \cdot \vec{E}_i \, dv \right] \end{aligned} \quad (5)$$

Les deux intégrales du second membre sont calculées, par ailleurs, de façon indépendante.

Le champ électrique est alors développé suivant :

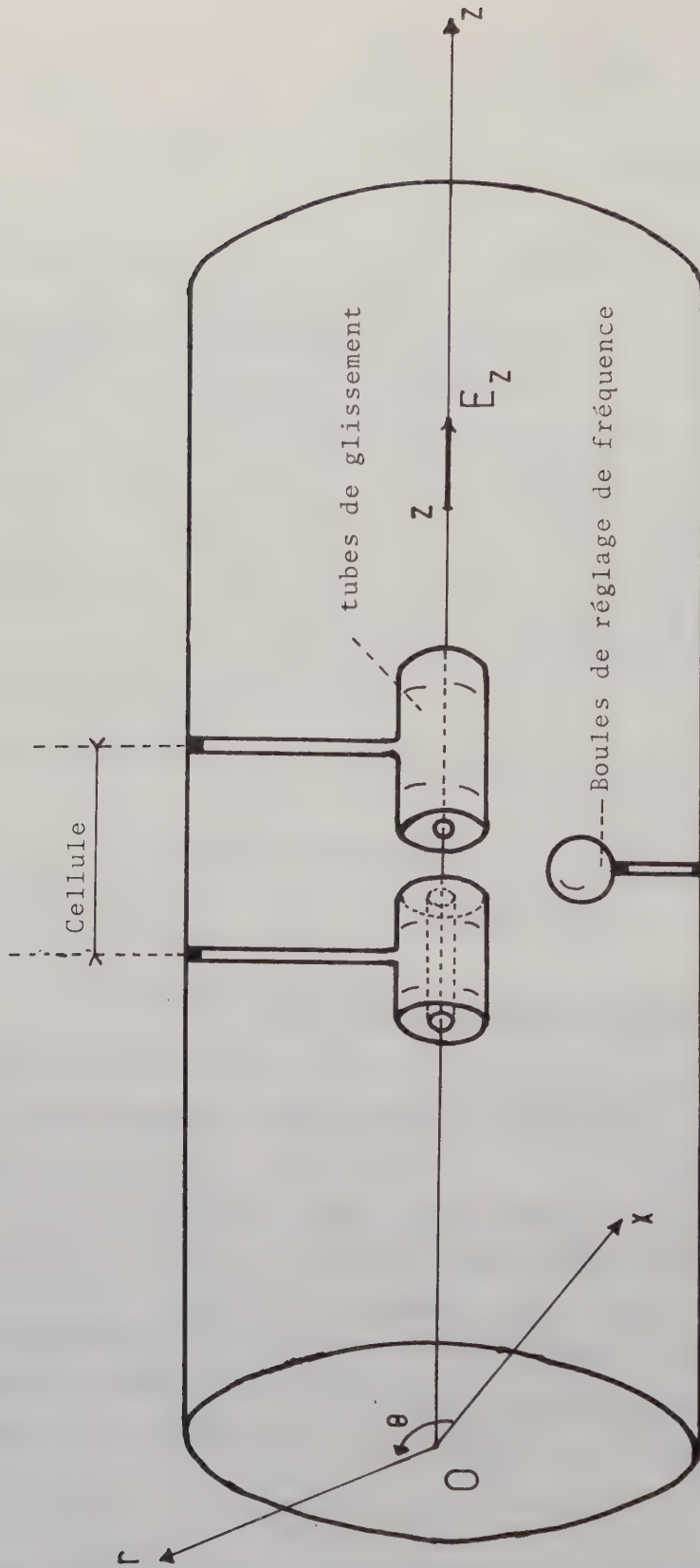
$$\vec{E}(M,t) = \sum_i V_i(t) \vec{E}_i(M)$$

Cas d'un accélérateur linéaire à protons (figure 1)

Un accélérateur linéaire à protons est une cavité cylindrique comportant des tubes de glissement le long de l'axe Oz et des boules de réglage de fréquence.

Comme on veut avoir le mode TM_{010} pour l'accélération, la boucle d'attaque que l'on place pour obtenir ce mode ne demande qu'à exciter aussi les modes TM_{01n} pendant le régime transitoire. En général, les fréquences des autres modes sont assez différentes, mais par accident, il peut arriver que certaines soient proches; notamment certains modes ²⁾ introduits par les boules de réglage de fréquence.

²⁾ Ce type de modes fait l'objet, d'ailleurs, d'une étude systématique dans les structures compensées.



Accélérateur linéaire à protons

Le champ global aura par suite, des variations différentes en z suivant les modes, mais les mêmes variations radiales et azimutales suivant ces mêmes modes. Le champ aura donc la propriété de symétrie de révolution. Finalement dans cet accélérateur, compte tenu des précautions signalées ci-dessus, on aura :

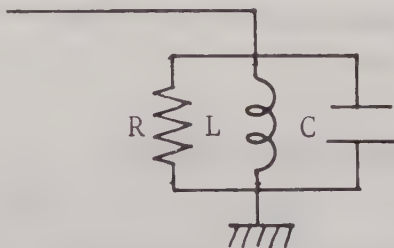
$$\vec{E}(r, z, t) = \sum_n V_n(t) \vec{E}_n(r, z)$$

L'indice n correspondant au mode TM_{01n} et $V_n(t)$ vérifiant l'équation (5).

A II - ETABLISSEMENT DU CHAMP HF DANS UNE CAVITE EXCITEE PAR UNE SOURCE EXTERIEURE

a) - Etat de la théorie

En régime permanent et pour un mode donné, une cavité peut être représentée par un schéma équivalent R-L-C



où $LC\omega_i^2 = 1$ donne la fréquence propre $f_i = \frac{\omega_i}{2\pi}$ du mode. Au voisinage de la fréquence de résonance d'un mode donné qui devient alors prédominant, l'ensemble cavité-boucle d'injection, quand la boucle est adaptée (coefficient de couplage : $\frac{Q_{oi}}{Q_{e,i}} = 1$), peut être représenté par un tel schéma, car dans ce cas, les autres modes ne sont que très faiblement excités par rapport au mode prédominant et la boucle adaptée se comporte comme un transformateur parfait de rapport de transformation égal à 1. Cependant, en régime transitoire, même pour un mode prédominant, le problème est de savoir si une telle représentation reste encore valable. C'est ce que l'on tentera de montrer. Mais, auparavant, il est intéressant de rappeler les principales analyses qui ont été faites du régime transitoire.

Quand on étudie le régime transitoire concernant l'établissement des champs HF dans une cavité accélératrice alimentée par l'intermédiaire d'une boucle d'induction, deux causes éventuelles de retard sont à envisager.

α - Un retard dû à la propagation de l'onde le long de la structure accélératrice ;

β - Un retard dû à la boucle d'attaque dont l'impédance d'entrée, en régime transitoire, est inconnue.

Au cours des dernières années, différentes méthodes d'analyse pour l'étude du régime transitoire ont été proposées, ce sont les analyses basées sur :

1° - L'utilisation de schémas équivalents proposés par MM. NAGLE [13], KNAPP [7], SWENSON [7] et HERWARD [5].*

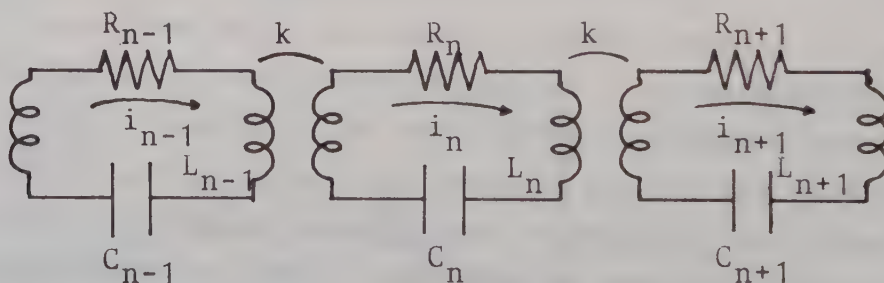
2° - La propagation de l'onde électromagnétique dans un guide au voisinage de la fréquence de coupure : M. LAPOSTOLLE [9].

3° - La théorie des modes orthonormés des cavités résonnantes : M. NISHIKAWA [15].

On dira quelques mots des analyses (1) et (2), mais c'est surtout du calcul de M. NISHIKAWA que l'on tirera parti dans le cadre de ce travail.

1° - Utilisation de schémas équivalents

MM. Nagle, Knapp et Swenson ont utilisé une chaîne de N circuits résonnants représentant chacun une cellule de la cavité accélératrice.



A partir d'une telle chaîne et compte tenu d'une perturbation en un point donné de la chaîne, ils établissent, en régime permanent, le niveau d'énergie stockée :

$$X_n^2 = 2 L_n i_n^2 \quad \text{en chaque cellule.}$$

*Les chiffres entre crochets renvoient aux références bibliographiques.

Si on néglige les pertes, on a :

$$X_n(q) = K_0 \cos \frac{\pi q n}{N} \times \exp(j \omega_q t)$$

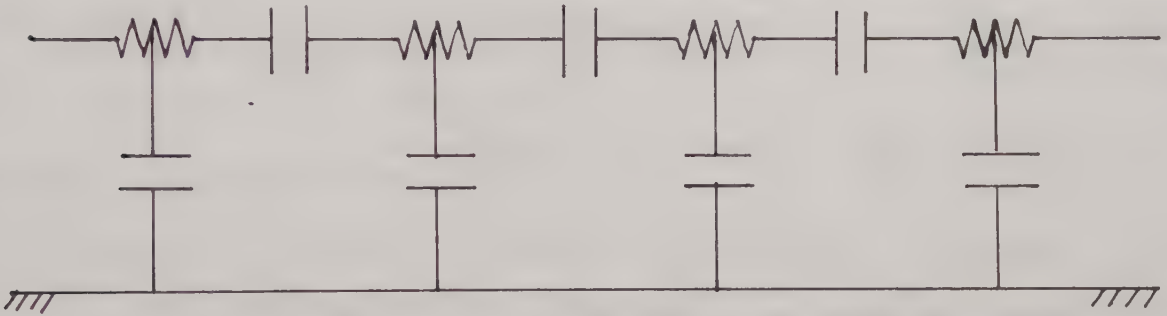
pour le mode q , avec

$$\omega_q^2 = \omega_0^2 / \left(1 + K \cos \frac{\pi q}{N}\right)$$

qui donne la courbe de dispersion.

Si les pertes ne sont pas négligeables, on peut développer les calculs et aboutir à une forme plus complexe de X_n qui donne à la fois une expression des pertes et une expression du déphasage de cellule en cellule. Ce même schéma permet aussi à MM. Knapp et Swenson d'étudier, en régime transitoire, la propagation de l'onde à différents instants, le long de la structure.

M. Hereward a préconisé, lui, un modèle de ce type,



où les condensateurs en parallèle représentent la capacité entre les tubes de glissement de l'accélérateur linéaire. Hereward a ainsi étudié le flux d'énergie le long de la structure.

Des schémas équivalents de ce type sont des modèles d'étude intéressants pour la propagation de l'onde et l'établissement du champ permanent dans les structures accélératrices, mais ils ne permettent pas d'obtenir le retard éventuel dû à la boucle d'attaque. Comme on le verra, le problème qui est posé ici n'est pas en effet celui de la propagation de l'onde, mais c'est celui de l'impédance d'entrée d'un tel circuit.

Or pour représenter cette impédance, quel est précisément le schéma équivalent adéquat ?

La réponse ne nous est pas donnée par ce genre d'analyse.

2° - Calcul de M. Lapostolle

M. Lapostolle se place d'emblée au voisinage de la fréquence de coupure du mode TM_0 , d'un guide d'onde cylindrique de rayon a , plein de diélectrique, et étudie la propagation de l'onde le long de ce guide.

Pour cela, il pose a priori pour la composante E_z du champ électrique : $E_z = J_0(K_c r) f(z, t)$.

J_0 : fonction de Bessel de première espèce d'ordre 0 dans laquelle

$$K_c = K^{1/2} \frac{\omega_c}{c} = 2,405 a$$

$\omega_c = \frac{c}{2\pi}$ est la fréquence de coupure

c : vitesse de la lumière dans le vide

K : constante diélectrique du milieu.

Tenant compte des pertes sur les parois, M. Lapostolle obtient l'équation du type télégraphiste à laquelle doit obéir la fonction $f(z, t)$.

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} - \frac{K}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} - K_{r_1}^2 f - 4 \pi K \epsilon R \frac{\partial f}{\partial t} = 0$$

où K_{r_1} vérifie : $K_{r_1} \left(a + \frac{\delta}{2} \right) = 2,405$

δ : épaisseur de peau, ϵ : constante diélectrique du vide

R : résistance par unité de longueur du guide de la couche superficielle δ du métal

Introduisant l'existence des tubes de glissement, par une constante diélectrique K équivalente, M. Lapostolle obtient la nouvelle équation

$$\frac{c^2}{K^2} \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} - \omega_1^2 f - \frac{2}{\tau} \frac{\partial f}{\partial t} = 0$$

où $\tau = \frac{a}{\delta \omega_c}$

par K équivalente, il faut entendre K choisie de telle sorte que le guide diélectrique ait même courbe de dispersion au voisinage de ω_c que le guide chargé par les tubes.

Pour résoudre cette équation, il faut se donner la condition aux limites :

$f(0, t)$ qui est en principe la valeur de $f(z, t)$ dans le plan trans-

versal passant par le point d'injection de la puissance ($z=0$).

On a alors la solution suivante au point z

$$f(z, t_0) = -\frac{c}{\sqrt{K}} \frac{\partial}{\partial z} \int_{\frac{|z|\sqrt{K}}{c}}^{t_0} f(0, t_0 - t) e^{-\frac{t}{\tau}} J_0 \left(\omega_1 \sqrt{t^2 - \frac{Kz^2}{c^2}} \right) dt$$

pour $t_0 \geq |z| \frac{\sqrt{K}}{c}$

et $f(z, t_0) = 0$ pour $t_0 < |z| \frac{\sqrt{K}}{c}$

$\frac{c}{\sqrt{K}}$ est la vitesse de la lumière dans le diélectrique.

Dans le cas d'une cavité résonnante considérée comme un guide d'ondes limité aux deux extrémités par deux parois conductrices transversales, on peut chercher à écrire cette solution, au point $z=L$ d'une des extrémités, sous la forme :

$$f(L, t) = f(0, t) / \text{ch}(pZ)$$

Dans le cas, spécialement considéré où :

$$f(0, t) = (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) e^{j\omega_1 t}$$

p est une fonction du temps

$$p(t) = \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right]^{-\frac{1}{2}}$$

et $Z = (1+j) \left(\frac{K \omega_c}{\tau} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{L}{c}$

M. Lapostolle, dans son calcul, ne s'intéresse pas au problème du couplage de la cavité avec sa boucle d'alimentation qui, pour l'étude du régulateur est important à connaître. C'est ainsi qu'il se donne a priori

$$f(0, t) = \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) e^{j\omega_1 t}$$

cherchant seulement à étudier le retard et la déformation d'un tel signal le long de la cavité.

On peut se poser la question de savoir si le couplage n'introduit pas un certain retard à l'injection de la puissance dans la cavité au plan $z=0$. Ce retard s'ajouterait alors au retard à l'établissement des champs loin de la boucle d'injection, tel qu'il résulte de la propagation de l'énergie le long de la structure.

On doit noter ici, que le retard dû à la propagation des champs est, dans le cas de l'injecteur de Saturne, négligeable.

En effet, la cavité de l'accélérateur linéaire a une longueur de dix mètres, la boucle d'alimentation est au milieu de la cavité (L=5 mètres).

On a par suite, un retard inférieur à 1 microseconde et un glissement de phase inférieur à 0,2 degré aux extrémités.

Il nous reste donc à déterminer l'importance d'un éventuel retard qui serait dû à la boucle d'alimentation et à son comportement en régime transitoire, cela dans une cavité courte comme celle de l'accélérateur linéaire de 20 MeV.

3° - Calcul de M. Nishikawa

Le calcul de M. Nishikawa fait intervenir le couplage de la cavité avec sa boucle d'alimentation.

Pour cela, on utilise la théorie des modes orthonommés.

On part de l'équation (5) du paragraphe (A I).

$$\begin{aligned} \frac{d^2 V_n(t)}{dt^2} + (1+j) \frac{\omega_n}{Q_{on}} \frac{dV_n(t)}{dt} + \omega_n^2 V_n(t) \\ = \frac{1}{\epsilon} \frac{d}{dt} \left[\int_{S'} (\vec{H} \wedge \vec{E}_n) \cdot \vec{n} dS' - \int_V \vec{J} \cdot \vec{E}_n dv \right] \end{aligned}$$

Le champ électrique est alors développé suivant les modes

$${}^{TM}_{0|n} \vec{E}(r,z,t) = \sum_n V_n(t) \vec{E}_n(r,z)$$

On pose pour une cavité à tubes de glissement et à condition que n soit beaucoup plus petit que le nombre total de tubes de glissement dans la cavité

$$\vec{E}_n(r,z) = \frac{K_0(r)}{\sqrt{\tau_n}} \cos n \frac{\pi z}{L}$$

L étant ici la longueur totale de la cavité.

$K_0(r)$ est une fonction de r seulement, elle représente la distribution radiale des champs qui est la même pour tous les modes ${}^{TM}_{0|n}$

τ_n est un facteur de normalisation :

$$\begin{aligned} \tau_n &= 2 & \text{si } n &= 0 \\ \tau_n &= 1 & \text{si } n &\neq 0. \end{aligned}$$

En l'absence de faisceau : $J = 0$.

L'équation (5) fait intervenir uniquement le couplage avec l'extérieur, par l'intermédiaire de l'intégrale du second membre, étendue sur S' . (5) devient (5')

$$\frac{d^2 V_n(t)}{dt^2} + (1+j) \frac{\omega_n}{Q_{on}} \frac{dV_n(t)}{dt} + \omega_n^2 V_n(t) = \frac{1}{\epsilon} \frac{d}{dt} \int_{S'} (\vec{H} \wedge \vec{E}_n) \cdot \vec{n} ds' \quad (5')$$

Il reste le calcul effectif du second membre de l'équation (5'). Ce calcul utilise l'hypothèse d'un générateur adapté au câble d'alimentation de la cavité ("wellpadded generator") ; l'impédance caractéristique Z_0 d'un tel câble est, à l'injecteur de Saturne, égale à 50Ω . Dans ce cas, l'onde incidente provenant du générateur et se dirigeant vers la boucle d'injection de la puissance HF, est indépendante de l'impédance Z présentée à l'entrée par la dite boucle, puisque le générateur absorbe complètement toute onde se propageant vers lui.

On suppose par ailleurs que l'impédance d'entrée de la cavité en régime transitoire, est une fonction $Z(t)$ du temps, d'où par suite l'existence d'une onde réfléchie pendant toute la durée du régime transitoire. Cette fonction $Z(t)$ est inconnue ; on est obligé de l'éliminer, mais pour ce faire, on introduit des termes correspondant à tous les modes $K \neq n$.

C'est ce que montre le calcul de l'intégrale en annexe I.

On trouve :

$$\int_{S'} (\vec{H} \wedge \vec{E}_n) ds' = \frac{U_n}{Z_0} \left(2 H_0 e^{j\omega t} - \sum_K V_K(t) U_K \right)$$

U_n, U_K, H_0 sont des constantes.

Cela si on suppose que l'onde incidente est du type $H_0 e^{j\omega t}$ pour $t \geq 0$, et nulle pour $t < 0$.

Pour obtenir le second membre de l'équation (5'), il faut appliquer l'opérateur $\frac{1}{\epsilon} \frac{d}{dt}$.

$$\frac{1}{\epsilon} \frac{d}{dt} \int_{S'} (\vec{H} \wedge \vec{E}_n) ds' = j\omega \frac{2U_n}{Z_0 \epsilon} H_0 e^{j\omega t} - \frac{U_n}{Z_0 \epsilon} \sum_K U_K \frac{dU_K(t)}{dt}$$

On pose $A = j \frac{2\omega H_0}{\epsilon Z_0}$

et on définit le coefficient de surtension extérieure $Q_{e,n}$ correspondant au mode n par :

$$\frac{1}{Q_{e,n}} = \frac{U_n^2}{\varepsilon \omega_n Z_0}$$

L'expression sous le signe Σ se décompose en deux parties :

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{d}{dt} \int_{S'} (\vec{H} \wedge \vec{E}_n) ds' = A U_n e^{j\omega t} - \frac{\omega_n}{Q_{e,n}} \frac{dV_n(t)}{dt} - \frac{\omega_n}{U_n Q_{e,n}} \sum_{(K \neq n)} U_K \frac{dV_K(t)}{dt}$$

on peut à ce stade faire les remarques suivantes :

1° - Le premier terme est une fonction-échelon

$$A = 0 \quad \text{pour } t < 0$$

$$A = \text{constante} \quad \text{pour } t \geq 0.$$

Il correspond à l'onde incidente provenant du générateur.

2° - Les deux derniers termes correspondent à l'onde réfléchie

$$\frac{\omega_n}{Q_{e,n}} \frac{dV_n(t)}{dt} \quad \text{est l'onde réfléchie associée au mode } n$$

$$\frac{\omega_n}{U_n Q_{e,n}} \sum_{K \neq n} U_K \frac{dV_K(t)}{dt} \quad \text{est une onde réfléchie résultant de l'existence des différents modes } K, \text{ autres que } n, \text{ dans la cavité.}$$

En faisant passer le terme $\frac{\omega_n}{Q_{e,n}} \frac{dV_n(t)}{dt}$ au premier membre de l'équation (5'), on définit le coefficient de surtension en charge Q_n par

$$\frac{1}{Q_n} = \frac{1}{Q_{on}} + \frac{1}{Q_{e,n}}$$

On a notamment dans l'hypothèse d'une boucle adaptée en régime permanent $Q_{on} = Q_{e,n} = \frac{Q_n}{2}$.

Si $a_n = \frac{Q_n}{Q_{on}}$, on obtient l'équation

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} V_n(t) + (1 + ja_n) \frac{\omega_n}{Q_n} \frac{d}{dt} V_n(t) + \omega_n^2 V_n \\ = A U_n e^{j\omega t} - \frac{\omega_n}{U_n Q_{e,n}} \sum_{K \neq n} U_K \frac{dV_K(t)}{dt} \end{aligned} \quad (6)$$

Cette équation représente en fait un système d'équations puisqu'on doit trouver l'ensemble des $V_n(t)$ intervenant dans la détermination du champ global :

$$\vec{E} = \sum_n V_n(t) \vec{E}_n(r, z).$$

Il est impossible de résoudre rigoureusement un tel système sans faire au préalable une hypothèse d'approximation. En effet pour calculer $V_n(t)$, il faut connaître les $V_K(t)$ ($K \neq n$) qui, eux-mêmes, pour être calculés nécessitent la connaissance de $V_n(t)$, car les $V_K(t)$ vérifient des équations du même type.

Si on se place sur la fréquence de résonance du mode fondamental TM_{010} , soit $\omega = \omega'_0 = \omega_0 (1 - \frac{1}{2Q_0})$ dans l'équation (6), on sait qu'en régime permanent, les $V_n(t)$ correspondant aux modes supérieurs ($n \geq 1$) sont négligeables du point de vue de l'amplitude.

Or le problème pour M. Nishikawa n'est pas de connaître la montée réelle des champs dans la cavité, mais d'étudier les battements entre les différents modes dans une cavité longue comme celle de l'accélérateur linéaire du "Brookhaven National Laboratory" (50 m).

Pour résoudre le système (6), M. Nishikawa est amené à négliger le terme

$$\frac{\omega_0}{U_0 Q_{e,o}} \sum_{K \geq 1} U_K \frac{dV_K(t)}{dt}$$

pour le calcul de $V_0(t)$ et il obtient dès lors le système suivant :

$$\frac{d^2 V_0(t)}{dt^2} + (1 + ja_0) \frac{\omega_0}{Q_0} \frac{d}{dt} V_0(t) + \omega_0^2 V_0(t) = A U_0 e^{j\omega'_0 t} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 V_n(t)}{dt^2} + (1 + ja_n) \frac{\omega_n}{Q_n} \frac{dV_n(t)}{dt} + \omega_n^2 V_n(t) \\ = A U_n e^{j\omega'_0 t} - \frac{U_n}{U_0} \frac{\omega_0}{Q_{e,o}} \frac{dV_0(t)}{dt} \end{aligned} \quad (8)$$

Ce qui lui permet de séparer $V_0(t)$ et de résoudre effectivement l'équation (7). La résolution de ce type d'équation peut se faire par une transformation de Laplace (voir annexe II). On obtient :

$$V_0(t) \approx \frac{A U_0 Q_0}{j \omega_0'^2} \left[\left(1 - e^{-\frac{\omega'_0 t}{2Q_0}} \right) e^{j\omega'_0 t} + \frac{\sin \frac{\omega_0 t}{2}}{Q_0} e^{-\frac{\omega'_0 t}{2Q_0}} (1 + ja_0) t \right]$$

Q_0 , dans une cavité, est généralement supérieur à 10^4 , on peut négliger le second terme et obtenir finalement si on pose

$$E_0 = \frac{A U_0 Q_0}{j \omega_0'^2}$$

$$V_o(t) = E_o \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) e^{j\omega_o' t}$$

$\tau = \frac{2Q_o}{\omega_o'}$ est la constante de temps de la cavité.

On retrouve un résultat classiquement admis.

Mais correspond-il à la montée réelle des champs ?

Pour l'étude d'un régulateur, il est nécessaire d'analyser de façon plus fine cette montée des champs.

Notamment, on peut se poser la question de savoir s'il est licite de négliger le terme :

$$\frac{\omega_o}{U_o Q_{e,o}} \sum_{K \geq 1} U_K \frac{dV_K(t)}{dt}$$

dans l'obtention du mode fondamental.

Car si $\sum_{K \geq 1} U_K V_K(t)$ est effectivement négligeable en régime permanent, rien ne permet de dire qu'il l'est en régime transitoire, par rapport au fondamental et a fortiori pour sa dérivée au voisinage de $t=0$. (c'est-à-dire $t < 20 \mu s$, si la constante de temps τ est d'environ $60 \mu s$).

Devant l'impossibilité d'obtenir par le calcul la montée réelle des champs, il est apparu nécessaire de faire appel à une étude expérimentale pour mesurer le retard éventuel à la montée, par rapport à la montée classique exponentielle (du premier ordre du point de vue de la théorie des asservissements) ; retard introduit par le terme négligé,

$$\frac{\omega_o}{U_o Q_{e,o}} \sum_{K \geq 1} U_K \frac{dV_K(t)}{dt}$$

En fait, ce terme intervenant dans l'onde réfléchie par la boucle, pendant le régime transitoire, c'est par l'intermédiaire du coefficient de réflexion $R(t)$, et par suite de l'impédance d'entrée $Z(t)$, qu'on pourrait évaluer l'importance réelle de ce terme.

D'où l'idée d'une mesure expérimentale de $Z(t)$.

b) - Mesure d'impédance dynamique

1° - Principe de la mesure

Il s'agit de faire des mesures rapides et de bonne précision, d'où un ensemble de précautions à prendre pour obtenir une onde incidente se rapprochant le plus possible d'une fonction-échelon et des temps de montée de détecteurs inférieurs à 2 micro-secondes.

La mesure d'impédance en régime transitoire présentée ici, est basée sur l'appareillage classique de SAMUEL [22] des quatre sondes séparées de $\frac{\lambda}{8}$; cet appareillage permet de simuler sur un écran d'oscilloscope un abaque de SMITH et de visualiser par un point, l'impédance, à un instant donné, sur cet abaque.

On va rappeler brièvement le fonctionnement de ce dispositif. On place sur une ligne de mesure, quatre sondes VHF espacées entre elles d'une longueur $\frac{\lambda}{8}$ (ici $\lambda = 150$ cm correspondant à la fréquence de 200 MHz) On peut voir sur le schéma 1.A, cette disposition.

Les quatre sondes, reliées à des détecteurs, ont pour support un chariot qui glisse sur la ligne de mesure. Les quatre détecteurs sont surmontés chacun d'un stub HF.

On applique le signal recueilli par les sondes sur des cristaux dans une zone de détection quadratique. Les cristaux doivent être, si possible, apairés (1 avec 2, 3 avec 4) c'est-à-dire que leurs caractéristiques statiques sont associées deux à deux.

La tension de sortie du générateur, comme on le verra par la suite, doit rester constante ; de même la fréquence doit rester stable, car l'appareil n'est pas apériodique (la distance entre deux sondes est liée à la fréquence) et de plus, on travaille sur cavité.

Ces précautions étant prises, on peut montrer comment on peut interpréter la position du spot de l'oscilloscope comme celle d'un point sur un abaque de Smith.

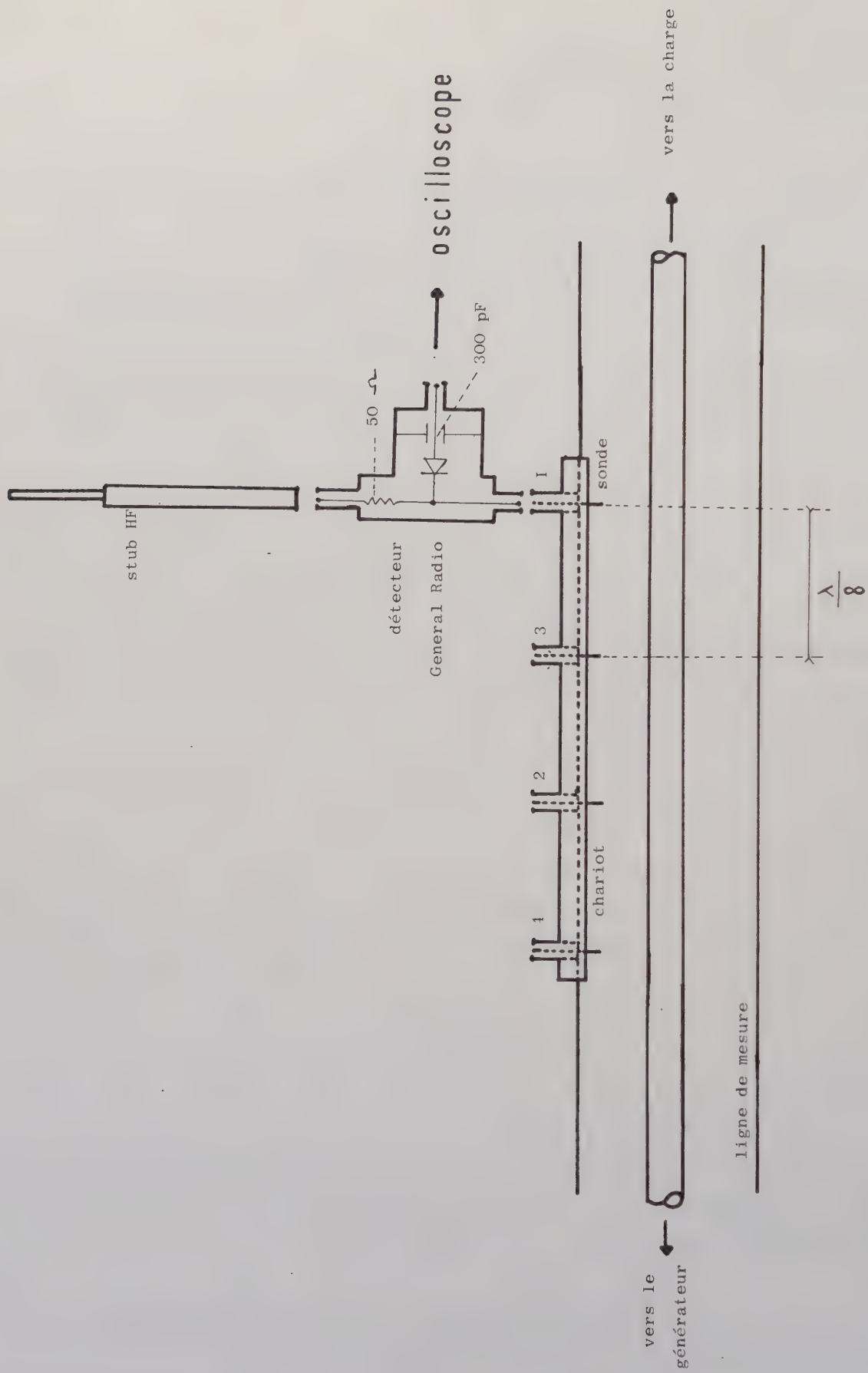
Soit une onde incidente V_i et une onde réfléchie V_r déphasées d'un angle φ (déphasage introduit par l'impédance en bout de ligne).

Sur le premier cristal, on détecte

$$U_1 = K \left[V_i \cos \omega t + V_r \cos (\omega t + \varphi) \right]^2$$

U_1 , après développement et décomposition de $\cos^2 \omega t$, $\cos^2 (\omega t + \varphi)$ et $\cos \omega t \cos (\omega t + \varphi)$, peut se mettre sous la forme

$$U_1 = K \left[\frac{V_i^2}{2} + \frac{V_r^2}{2} + V_i V_r \cos \varphi \right] + \text{termes (HF)}.$$



Les termes (HF) sont éliminés, après la détection, par filtrage.

Pour le cristal (2), en tenant compte du déphasage correspondant à la distance $\frac{\lambda}{4}$ entre (1) et (2), soit $\frac{\pi}{2}$, on obtient :

$$U_2 = K \left[\frac{V_i^2}{2} + \frac{V_r^2}{2} - V_i V_r \cos \varphi \right]$$

On a le même K, puisque (1) et (2) sont apairés. Par différence :

$$X = U_1 - U_2 = 2 K V_i V_r \cos \varphi$$

De la même façon, pour les cristaux (3) et (4)

$$Y = U_3 - U_4 = 2 K' V_i V_r \sin \varphi$$

Les tensions X et Y sont envoyées sur les plaques horizontales et verticales d'un oscilloscope.

Si la tension incidente V_i est constante et à une réduction d'échelle appropriée, on a sur l'écran de l'oscilloscope, une représentation polaire de l'onde réfléchie

$$\begin{cases} X = K V_r \cos \varphi \\ Y = K' V_r \sin \varphi \end{cases}$$

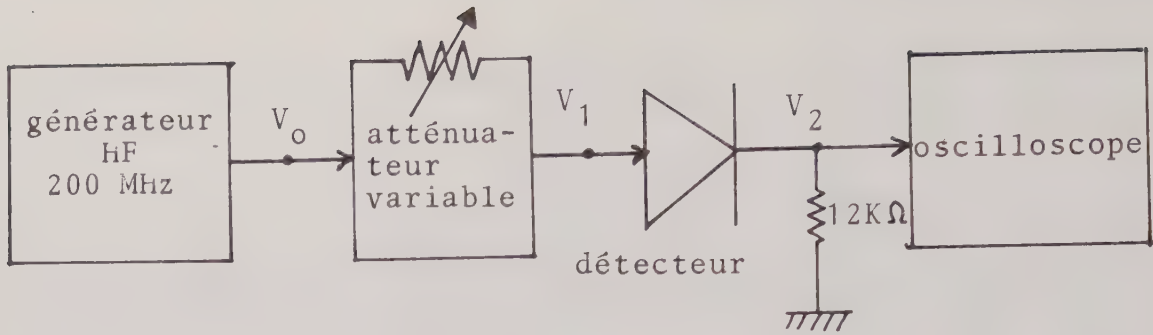
Les cristaux sont, chacun, surmontés d'un stub HF qui permet un réglage tel que l'on obtienne le même coefficient K. Ces coordonnées représentent aussi le coefficient de réflexion, c'est-à-dire une représentation polaire de l'abaque de Smith.

Le spot figurera alors l'impédance Z_t ramenée au plan du premier détecteur.

2° - Description des mesures et des montages

Avant de faire la mesure proprement dite de l'impédance, on a tout d'abord déterminé les caractéristiques statiques des cristaux utilisés au cours de l'expérience, cela pour définir la zone de détection quadratique de ces caractéristiques et apairer les cristaux deux à deux. Les cristaux utilisés sont des diodes à pointes "Sylvania (1N21B)" montées dans des détecteurs "General Radio".

Le schéma du montage pour effectuer ces mesures est le suivant :



V_0 à la sortie du générateur est maintenue constante

V_1 tension d'entrée du détecteur, varie grâce à l'atténuateur variable

V_2 tension de sortie du détecteur mesurée sur oscilloscope.

La résistance de 12 kΩ est mise là pour respecter les conditions de l'expérience ; cette résistance doit être judicieusement choisie, assez grande pour ne pas affaiblir de façon importante le signal, assez petite pour améliorer la performance des détecteurs concernant les temps de montée, car au lieu d'avoir une constante de temps du type $C \times 1 \text{ M}\Omega$ ($1 \text{ M}\Omega$ = impédance d'entrée de l'oscilloscope), on a $C \times 12 \text{ K}\Omega$.

Si A est l'atténuation en dB indiquée par l'atténuateur :

$$A = 20 \log \frac{V_0}{V_1} = 20 \log V_0 - 20 \log V_1$$

$$V_2 = K V_1^\alpha$$

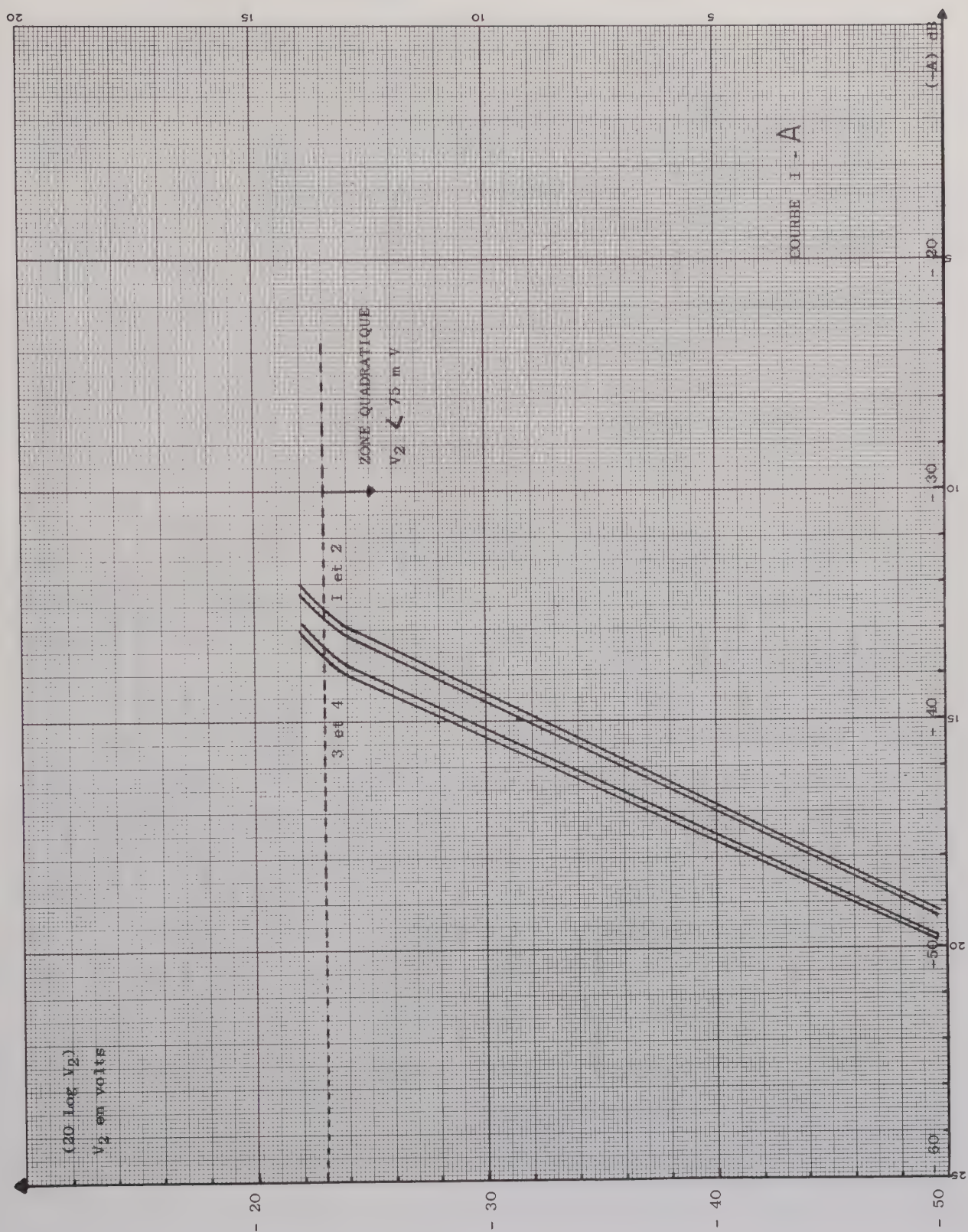
$$20 \log V_2 = 20 \log K + \alpha(20 \log V_1)$$

$$\text{d'où : } 20 \log V_2 = -\alpha A + [20 \log K + \alpha \log V_0]$$

Le terme entre crochets est une constante.

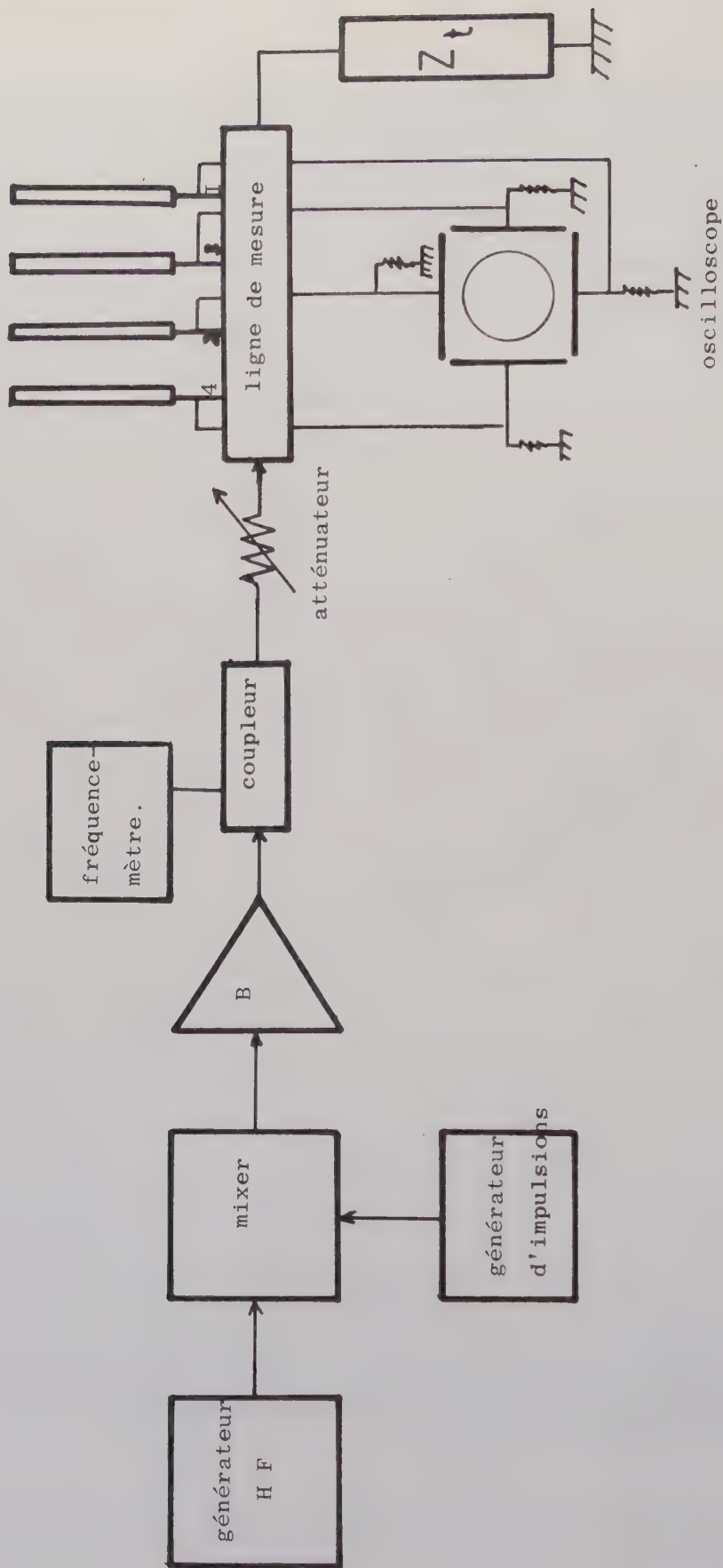
Sur des axes où $(-A)$ est placé en abscisse et $20 \log V_2$ (V_2 en volts) en ordonnée, on trace les caractéristiques qui sont des portions de droite ($\alpha \approx 2$), (courbes I.A) quand $V_2 \leq 75 \text{ mV}$. (zone quadratique). On a pu ainsi associer les détecteurs 1 avec 2 3 avec 4.

Cela étant précisé, le schéma n° 2.A montre le montage qui a été utilisé pour l'expérience de mesure d'impédance en régime



COURBE 1 - A

stubs H F



SCHEMA 2 - A

transitoire.

Le générateur HF est une cavité coaxiale montée en oscillateur. Il fournit une puissance HF continue d'environ 50 mW de fréquence stable d'environ 202 MHz.

A la sortie du générateur HF, on place un atténuateur, car le mixer ne peut supporter une puissance supérieure à 5 mW.

Le mixer est un modulateur qui donne en sortie des impulsions HF ayant une montée raide ($\leq 1 \mu s$). On a utilisé un mixer Hewlett-Packard (modèle 10514 A).

Ce mixer est commandé par un générateur d'impulsions rectangulaires.

B est un amplificateur Boonton.

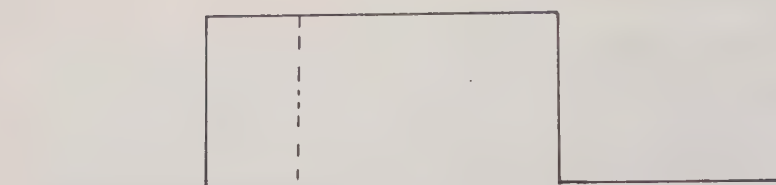
Le coupleur directif sert à prélever une partie de l'onde incidente ou de l'onde réfléchie et à faire des mesures de fréquence.

L'atténuateur (10 dB) permet d'avoir une onde incidente constante, puisque l'onde réfléchie par l'impédance terminale Z_t est fortement atténuée. L'atténuateur simule ainsi un générateur d'impédance interne adaptée à la ligne (50 Ω).

Z_t est l'impédance d'entrée de la boucle d'alimentation ou tout autre impédance présentée en bout de ligne.

Pour étudier la variation en fonction du temps de l'impédance d'entrée de la boucle d'alimentation de la cavité, on utilise un deuxième générateur d'impulsions qui commande le Whenelt de l'oscilloscope ; l'impulsion de ce deuxième générateur est telle qu'elle laisse le spot sur l'écran de l'oscilloscope, éclairé pendant un temps déterminé à l'avance (soit t_0). Ainsi on peut obtenir sur l'écran de l'oscilloscope un trait continu correspondant à la variation de l'impédance de $t = 0$, début de l'impulsion, à $t = t_0$, choisi à l'avance.

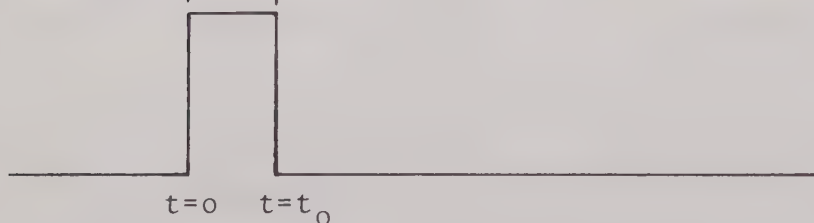
Il est évident qu'il faut faire coïncider les débuts des deux impulsions, d'une part celle qui commande le mixer, d'autre part celle qui commande le Whenelt de l'oscilloscope.



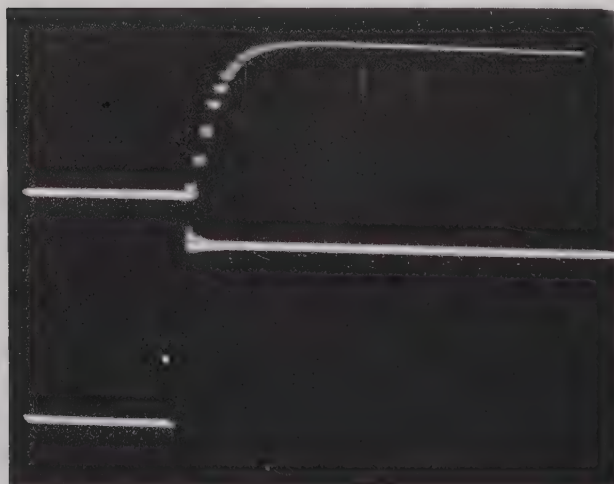
impulsion de
commande du mixer



signal détecté
dans la cavité



impulsion de
commande du Whenelt



En haut :
Onde incidente détectée
au moyen du coupleur

En bas :
Impulsion de commande
du mixer

photo 1.A
1 μ s/division
10 mV/division

La photo 1.A montre l'onde incidente détectée à la sortie du coupleur directif, à l'aide d'un des quatre détecteurs utilisés dans le montage de Samuel ; on constate de cette façon le faible temps de montée des détecteurs. ($< 2 \mu s$).

3° - Présentation des résultats

On a initialement pris les photos et fait des mesures sur l'accélérateur linéaire lui-même. Malheureusement, les difficultés matérielles liées au montage de cette appareillage au voisinage de l'injecteur de Saturne ont fait que les mesures ont été rapides et que peu de photos ont été prises. Il est alors apparu intéressant de refaire cette expérience avec tout le soin nécessaire sur une maquette de trois mètres de long de l'accélérateur linéaire qui était à notre disposition. La seule différence entre les deux cavités, du point de vue électromagnétique, étant une différence dans les coefficients de surtension. Toutefois les résultats sur la cavité accélératrice de 10 mètres ne sont pas, comme on le verra, mauvais si on considère que les erreurs d'évaluation sont d'environ $\pm 2 \%$.

Avant toute mesure, il est nécessaire de situer l'abaque sur l'écran de l'oscilloscope. Pour cela, on prend une impulsion de $t_0 = 200 \mu s$.

- On met d'abord une charge de 50Ω en bout de ligne et on place le point central de l'abaque au centre de l'écran. Ce point central apparaît dès lors sur l'écran, même en absence de l'impédance 50Ω puisque, entre les impulsions, les tensions sur les plaques de l'oscilloscope sont nulles.

- Si Z_t est une ligne ouverte à l'extrémité et si on fait varier la longueur de cette ligne, variation que l'on obtient grâce à trois déphaseurs "Narda" dont la plage de variation est d'environ 75° , on a bien le cercle extérieur de l'abaque. Ce que l'on voit sur la photo 2.A.

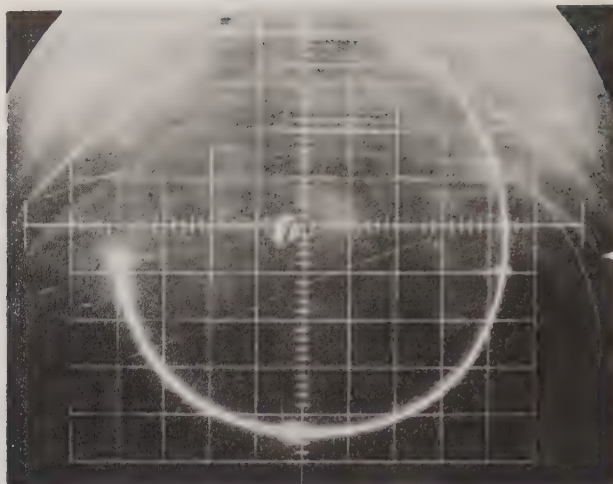


photo 2.A

1 μ s/division

10 mV/division

- Pour connaître l'axe réel de l'abaque, on branche la ligne de mesure au câble d'alimentation de la cavité. Une mesure préalable de TOS ($\approx 1,15$) permet de s'assurer de la bonne adaptation de la boucle en régime permanent. On accorde alors la cavité en contrôlant le signal réfléchi détecté sur le coupleur et en jouant sur les boules de réglage de fréquence de façon à avoir le minimum de signal réfléchi. A l'accord, on obtient la photo 3.A ; le segment de droite qui y figure, représente la variation de l'impédance d'entrée de la boucle de $t = 0$ à $t_0 = 200 \mu$ s, le point central de l'abaque ($Z=50 \Omega$) correspond au régime permanent qui est atteint à $t_0 = 200 \mu$ s.

- Quand on désaccorde progressivement de façon continue de part et d'autre de la fréquence de résonance f_0 , on a la photo n° 4, on retrouve le cercle classique tangent au cercle extérieur ($R=0$ ou ∞) et passant par le point central. L'axe réel de l'abaque est alors le diamètre de ce cercle passant par le point central.



photo 3.A
 $t_0 = 200 \mu s$

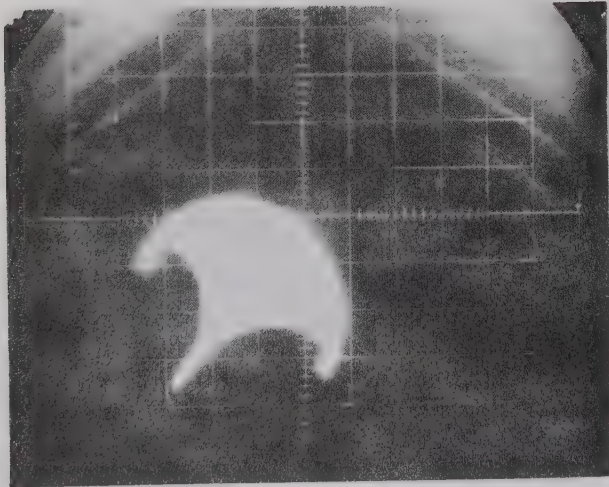
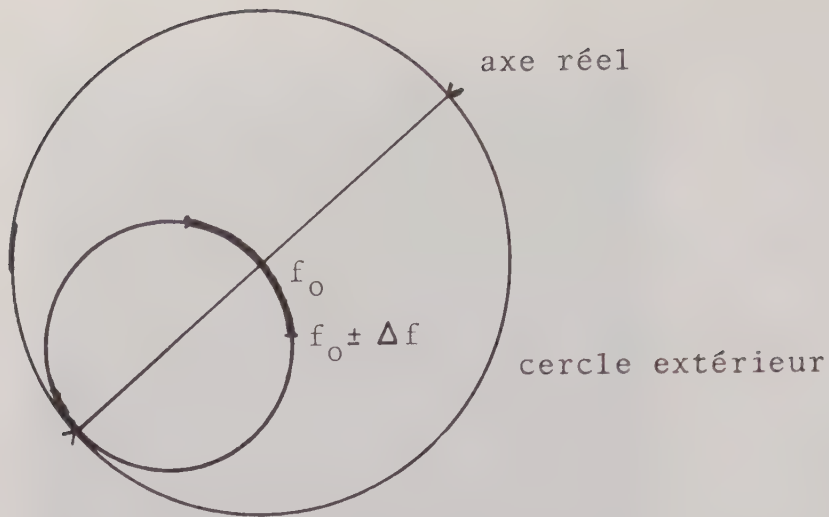


photo 4.A
Désaccord progressif de la cavité



La photo n° 5 est prise à $t_0 = 2 \mu s$, elle donne le temps de montée des diodes.



photo 5.A

On peut donc déjà au vu de ces photos faire les remarques importantes suivantes :

1° - L'impédance d'entrée de la boucle à l'accord ($f = f_0$) et en régime transitoire est constamment réelle, puisque le segment de droite se situe précisément sur l'axe réel (voir photo n° 3).

La partie légèrement incurvée est due, sans doute, à la réactance capacitive des diodes.

2° - De $t = 0$ à $t_0 = 2 \mu s$, le spot sur l'écran va du point central (tensions nulles) à un point que l'on vérifie être un point correspondant à un court-circuit, car quand on remplace Z_t par un court-circuit, ce point se retrouve pratiquement ³⁾ à la même place.

Par suite, on peut affirmer que $Z(t)$ varie de 0 à $50 \mu^*$ quand t varie de 0 à $200 \mu s$ (régime permanent).

Mais de quelle façon varie $Z(t)$?.

Il suffit pour le savoir de donner à la durée t_0 de l'impulsion de commande du Whenelt différentes valeurs intéressantes. On a pris ainsi des photos pour :

$t_0 = 3, 5, 7, 10, 15, 20, 30, 40, 60, 80, 100, 125 \mu s$.

On présente ici quelques unes des photos qui ont été prises.

Toutes les photos qui sont présentées, ont été prises sur la maquette de 3 mètres de la cavité accélératrice.

Cependant on donne aussi les résultats obtenus sur la cavité de 10 mètres. Par homothétie, transformation qui conserve les rapports de grandeur sur l'axe réel; on peut à l'aide des photos, mesurer $Z(t)$ à différents instants.

Les pages suivantes donnent un tableau de résultats, et les courbes : (II) correspondant à la maquette de 3 mètres et (III) correspondant à la cavité de 10 mètres. On a essayé de relier les points expérimentaux par une courbe analytique. La fonction qui lui est associée est la fonction "tangente hyperbolique" avec pour arguments $\frac{t}{100}$ et $\frac{t}{130}$ respectivement pour (II) et (III).

On peut déjà remarquer que les coefficients 100 et 130 sont les doubles des constantes de temps (50 et 65 μs) des cavités, correspondant aux coefficients de surtension en charge :

$Q = 32\ 000$ pour la " 3 mètres "

$Q \approx 40\ 000$ pour la "10 mètres"

à $f_0 = 202\text{ MHz}$.

On dégage ainsi une loi de la forme :

$$z(t) = \frac{Z(t)}{50} = \text{th } \frac{t}{2\tau}$$

$z(t)$ est l'impédance réduite - τ est la constante de temps.

³⁾ "pratiquement" ; pour des raisons d'adaptation de longueur de ligne.

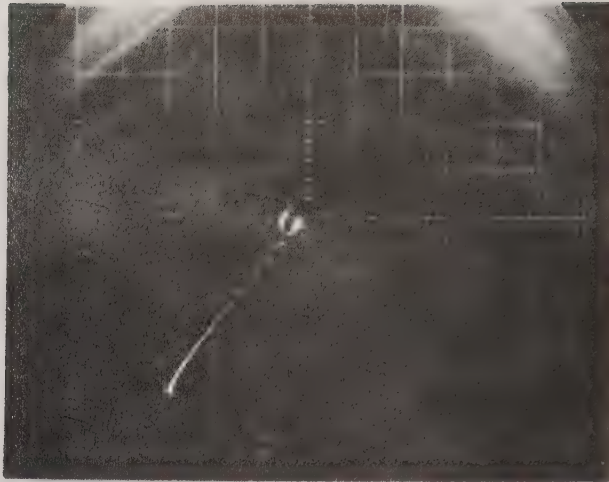


photo 6.A
 $t_0 = 3 \mu s$

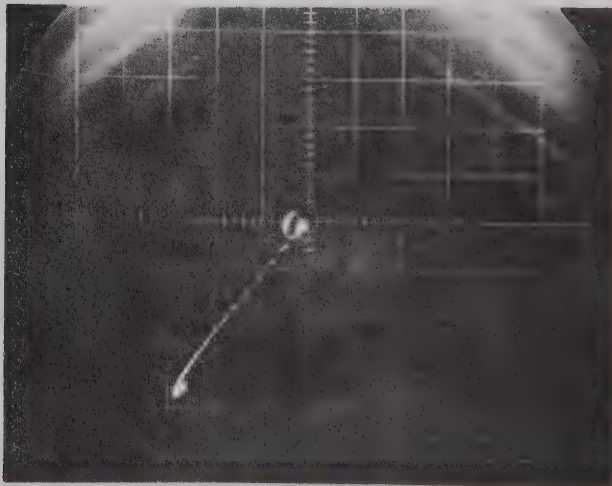


photo 7.A
 $t_0 = 5 \mu s$

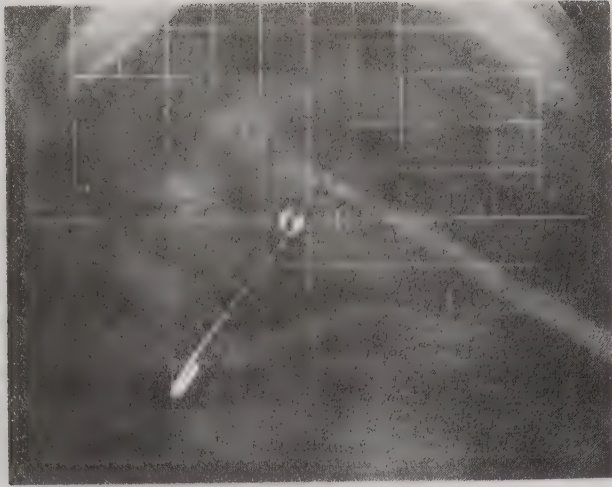


photo 8.A

$t_0 = 10 \mu s$



photo 9.A

$t_0 = 40 \mu s$

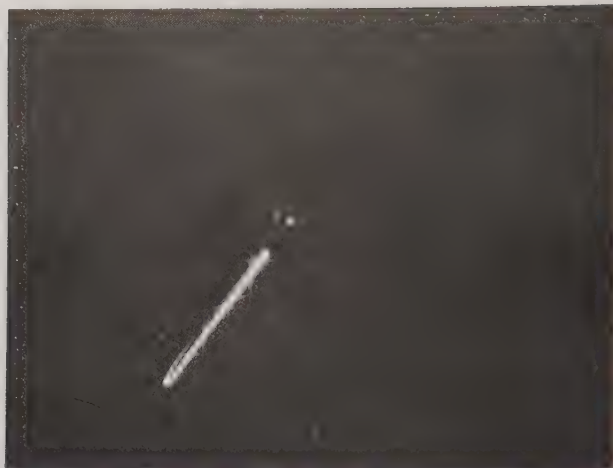
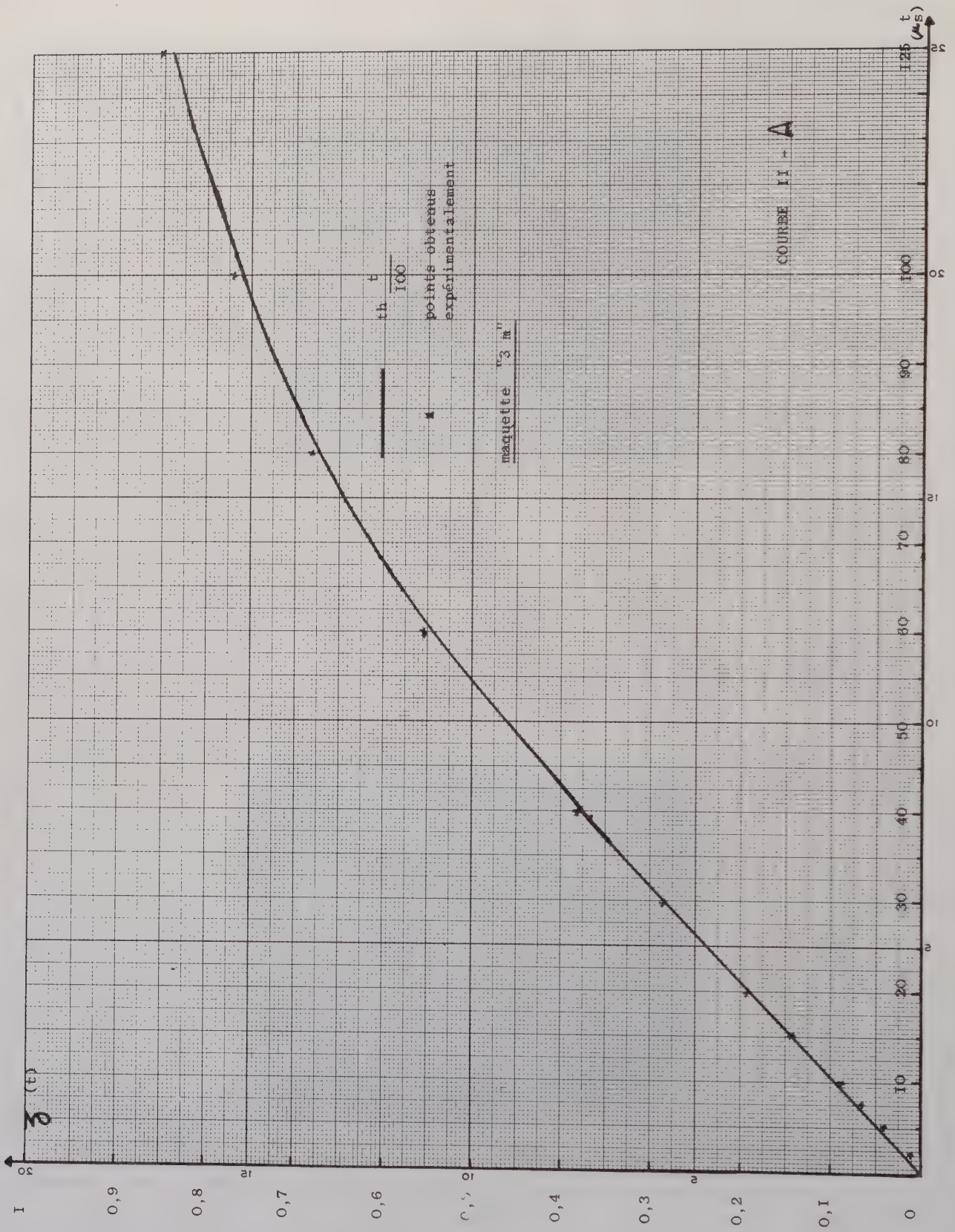


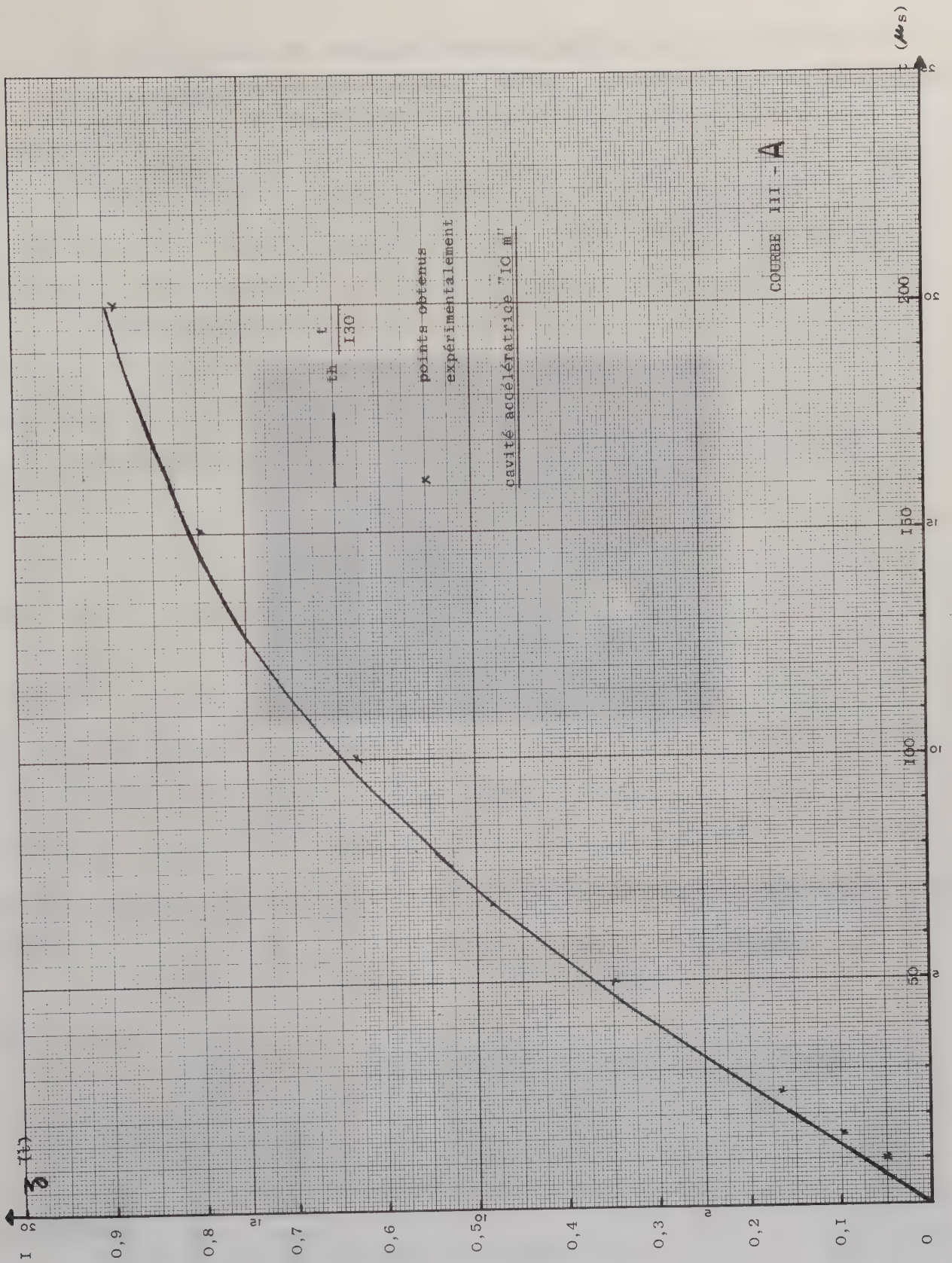
photo 10.A
 $t_0 = 80 \mu s$



photo 11.A
 $t_0 = 125 \mu s$

	Maquette de "3 mètres"	Cavité accélératrice de "10 mètres"
Q en charge	32 000	40 000
t_0 (μs)	$z(t)$	$z(t)$
3	0,01	
5	0,04	
7	0,07	
10	0,09	0,05
15	0,15	0,1
20	0,19	
25		0,17
30	0,29	
40	0,38	
50		0,35
60	0,56	
80	0,68	
100	0,77	0,63
125	0,85	
150		0,8
200	1	0,89





On verra qu'un schéma équivalent simple, un circuit anti-résonnant en l'occurrence, permet d'expliquer cette loi.

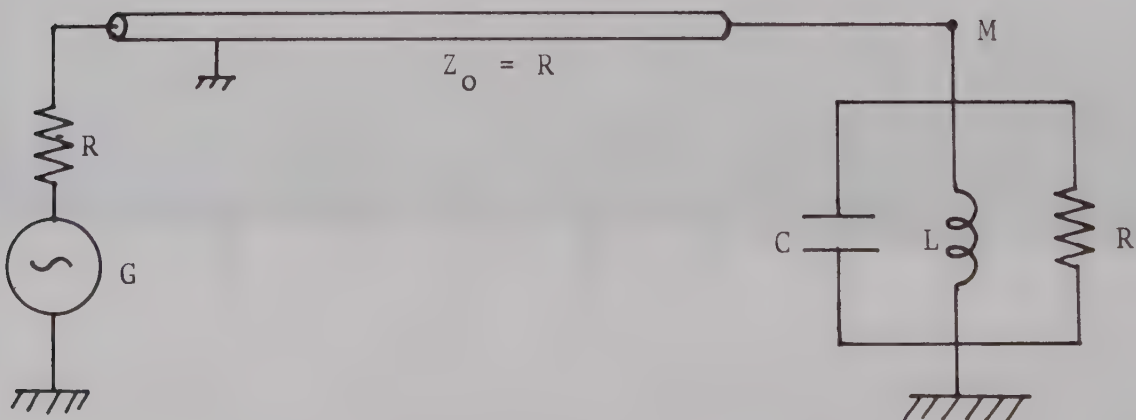
On tentera aussi de justifier, à l'aide de ce circuit la forme curieuse "en spirale" ^{"en spirale"} telle qu'on peut la voir sur la photo 12, de l'impédance $Z(t)$ sur l'abaque de Smith ; quand la cavité est franchement désaccordée.



photo 12.A

c) - Recherche d'un schéma équivalent

On considère le schéma suivant :



- Un générateur de tension, de résistance R .
- Une ligne coaxiale d'impédance caractéristique $Z_0 = R = 50 \Omega$
- Un circuit antirésonnant R-L-C.

Le générateur envoie sur la ligne une onde incidente $V_i = E_0 e^{j\omega t}$ où E_0 est une constante pour $t > 0$ et nulle pour $t < 0$. E_0 reste constante pour $t > 0$, car toute onde réfléchie par le circuit antirésonnant est absorbée par le générateur.

L'admittance réduite du circuit est :

$$y = RCp + 1 + \frac{R}{Lp}$$

où p est la variable complexe de Laplace.

Le coefficient de réflexion est lié à l'admittance réduite par :

$$\Gamma = \frac{1 - y}{1 + y}$$

soit

$$\Gamma = - \frac{LCp^2 + 1}{LCp^2 + 1 + 2 \frac{L}{R} p}$$

On pose : $\omega_0^2 LC = 1$

ω_0 est la fréquence propre du circuit à un facteur multiplicatif (2π) près.

$Q_0 = \frac{R}{L\omega_0}$ est le coefficient de surtension du circuit R-L-C isolé.

On peut introduire un coefficient de surtension en charge sur la ligne.

$$Q = \frac{Q_0}{2} = \frac{1}{2} \frac{R}{L\omega_0}$$

On a alors :

$$\Gamma = - \frac{\frac{p^2}{\omega_0^2} + 1}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{1}{\omega_0 Q} p + 1} = -1 + \frac{\frac{p}{\omega_0 Q}}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{1}{\omega_0 Q} p + 1}$$

On appelle :

$\bar{f} = \mathcal{L}(f)$ la transformée de Laplace de f .

L'onde réfléchie a par suite comme transformée

$$\bar{V}_r = \Gamma \bar{V}_i$$

avec

$$\bar{V}_i = \frac{E_0}{p - j\omega}$$

d'où

$$\bar{V}_r = - \frac{E_o}{p - j\omega} + \frac{E_o}{\omega_o Q} p \left[\frac{1}{\frac{p^2}{\omega_o^2} + \frac{1}{\omega_o Q} p + 1} \cdot \frac{1}{p - j\omega} \right]$$

On appelle $\bar{V}$ le terme entre crochets.

On doit avoir : $V(o) = 0$ à l'instant $t = 0$

$$\text{d'où : } \bar{V}_r = - \frac{E_o}{p - j\omega} + \frac{E_o}{\omega_o Q} \mathcal{L} \left(\frac{d}{dt} V \right)$$

La tension résultante aux bornes du circuit (point M) est :

$$\bar{E} = \bar{V}_i + \bar{V}_r = \frac{E_o}{\omega_o Q} \mathcal{L} \left(\frac{d}{dt} V \right)$$

De même pour l'intensité :

$$\bar{I} = \bar{I}_i + \bar{I}_r = \frac{1}{R} (\bar{V}_i - \bar{V}_r)$$

$$\bar{I} = \frac{2 E_o}{R} \frac{1}{p - j\omega} - \frac{E_o}{R \omega_o Q} \mathcal{L} \left(\frac{d}{dt} V \right)$$

Au vu des expressions $\bar{E}$ et $\bar{I}$, on constate que la seule difficulté pour obtenir $E(t)$ et $I(t)$ est de calculer

$$\left[\frac{d}{dt} V(t) \right]$$

$$\bar{V} = \frac{1}{(p - j\omega) \left(\frac{p^2}{\omega_o^2} + \frac{1}{\omega_o Q} p + 1 \right)}$$

que l'on peut écrire comme dans l'annexe II

$$\bar{V} = - \frac{1}{j\omega} \frac{1}{(1+\xi p) \left(1 + \frac{2z}{\omega_o} p + \frac{p^2}{\omega_o^2} \right)}$$

$$\text{avec } \xi = - \frac{1}{j\omega} , \quad z = \frac{1}{2Q}$$

et par suite :

$$\frac{V(t)}{\xi} = \frac{\xi \omega_0^2}{1 - 2z T \omega_0 + T^2 \omega_0^2} \left[e^{j\omega t} - e^{-z\omega_0 t} \cos \omega_0 t \sqrt{1 - z^2} \right] + \frac{\omega_0 (1 - \xi z \omega_0) e^{-z\omega_0 t} \sin \omega_0 t \sqrt{1 - z^2}}{\sqrt{1 - z^2} (1 - 2z \xi \omega_0 + \xi^2 \omega_0^2)}$$

Si on veut représenter la cavité par un circuit R-L-C, on doit considérer dès lors que

$$\frac{1}{Q} \ll 1 \quad \text{et} \quad z^2 \ll 1$$

on néglige par suite les termes du second ordre en $\frac{1}{Q}$.

$$\sqrt{1 - z^2} \simeq 1$$

On peut alors poser :

$$X = 1 - 2z \xi \omega_0 + \xi^2 \omega_0^2 = 1 + \frac{1}{jQ} \frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}$$

et écrire :

$$\frac{X}{\xi} V(t) = \xi \omega_0^2 \left[e^{j\omega t} - e^{-z\omega_0 t} \cos \omega_0 t \right] + \omega_0 (1 - \xi z \omega_0) e^{-z\omega_0 t} \sin \omega_0 t$$

$$\frac{X}{\xi} V(t) = \xi \omega_0^2 \left[e^{j\omega t} - e^{-z \omega_0 t} \cos \omega_0 t + \frac{1}{\xi \omega_0} e^{-z \omega_0 t} \sin \omega_0 t - z e^{-z \omega_0 t} \sin \omega_0 t \right]$$

On va poursuivre les calculs dans deux cas.

1° - Le circuit est accordé à la fréquence forcée

$$\omega = \omega_0 \quad \text{alors ;}$$

$$X = \frac{1}{jQ}$$

$$V(t) = -j Q \left[e^{j\omega_0 t} - e^{-z\omega_0 t} - \frac{\sin \omega_0 t}{2Q} e^{-z\omega_0 t} \right]$$

Il en résulte :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} V(t) = Q \omega_0 \left[e^{j\omega_0 t} - \left(1 + \frac{j}{2Q} \right) e^{-z\omega_0 t} e^{j\omega_0 t} \right. \\ \left. + j \frac{\cos \omega_0 t}{2Q} e^{-z\omega_0 t} - \frac{jz}{2Q} \sin \omega_0 t e^{-z\omega_0 t} \right] \end{aligned}$$

on peut négliger les termes contenant des coefficients en $\frac{1}{Q}$ et si on pose :

$$z \omega_0 = \frac{\omega_0}{2Q} = \frac{1}{\tau}$$

τ : constante de temps du circuit

On obtient, après calculs

$$\frac{d}{dt} V(t) = Q \omega_0 \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right] e^{j\omega_0 t}$$

et

$$V_r(t) = -E_0 e^{j\omega_0 t} + E_0 \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right] e^{j\omega_0 t}$$

soit

$$V_r(t) = -E_0 e^{-\frac{t}{\tau}} e^{j\omega_0 t}$$

d'où

$$V(t) = V_i + V_r = E_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) e^{j\omega_0 t}$$

$$I(t) = \frac{1}{R} (V_i - V_r) = \frac{E_0}{R} \left(1 + e^{-\frac{t}{\tau}} \right) e^{j\omega_0 t}$$

On voit que $V(t)$ et $I(t)$ peuvent se mettre sous la forme :

$$V(t) = v(t) e^{j\omega_0 t}$$

$$I(t) = i(t) e^{j\omega_0 t}$$

$v(t)$ et $i(t)$ apparaissent comme les enveloppes des tensions et intensités HF.

Dans le cas où $\omega = \omega_0$, ce sont deux fonctions réelles du temps.

On définit $Z(t)$ par :

$$Z(t) = \frac{v(t)}{i(t)}$$

Mais, de façon générale, comme on le verra, si $\omega \neq \omega_0$; $v(t)$ et $i(t)$ sont deux fonctions complexes du temps.

Par suite, si $\omega = \omega_0$

$$Z(t) = R \frac{E_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)}{E_0 \left(1 + e^{-\frac{t}{\tau}} \right)}$$

et l'impédance réduite :

$$z(t) = \frac{Z(t)}{R} = \frac{1 - e^{-\frac{t}{\tau}}}{1 + e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

soit

$$z(t) = \operatorname{th} \frac{t}{2\tau}$$

On retrouve donc la loi en $\operatorname{th} \frac{t}{2\tau}$ obtenue par la mesure expérimentale.

La tension, elle, est donnée par :

$$v(t) = E_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

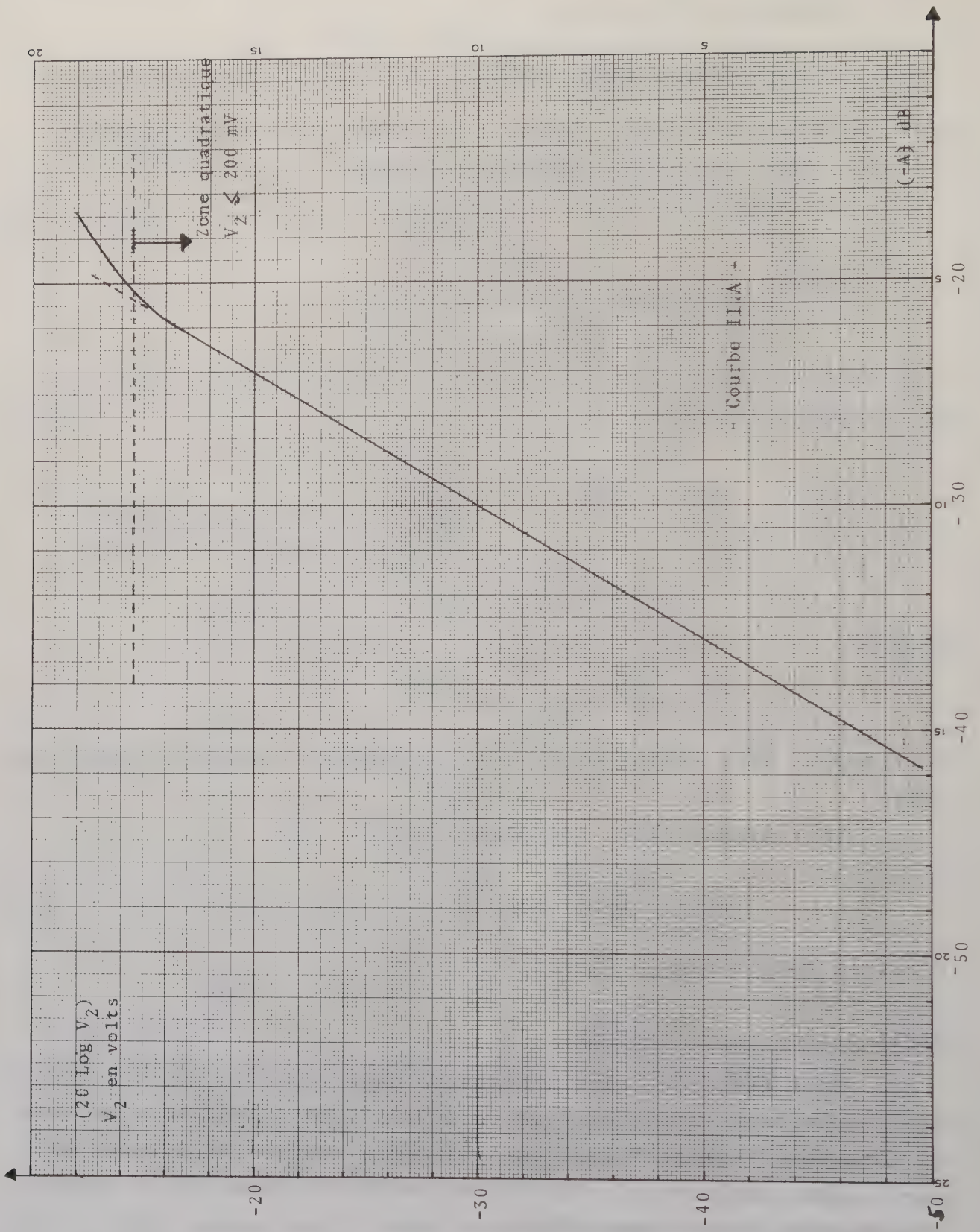
c'est la montée exponentielle classique.

Vérification expérimentale

On a tenté de faire une mesure expérimentale de la montée des champs dans la maquette de "3 mètres". On a utilisé pour cela, un détecteur "Radiall" dont on a tracé la courbe caractéristique par la même méthode qui a donné celles des cristaux de la mesure d'impédance. (voir courbe IV.A).

La zone quadratique où $V_2 = K V_1^\alpha$ avec, ici, $\alpha \approx \frac{5}{3}$, est obtenue pour $V_2 < 200$ mV.

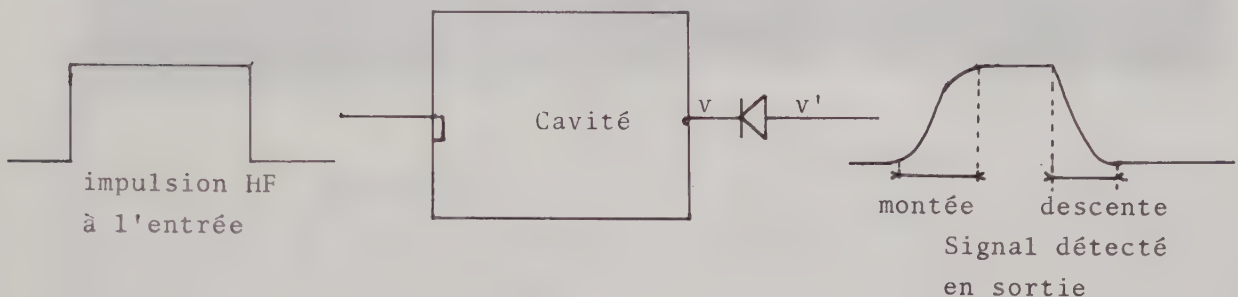
Le mixer "Hewlett-Packard" donne à la sortie une impulsion HF à front raide, mais il ne peut supporter une puissance à l'entrée



supérieure à 5 mW. Par conséquent, le détecteur Radiall que l'on relie à une petite boucle d'induction à l'intérieur de la cavité ne recueille qu'un signal dont l'amplitude maximale est de l'ordre de 200 mV. On se trouve donc dans la zone quadratique de détection.

Le signal recueilli, envoyé sur oscilloscope permet d'obtenir les photos 13.A et 14.A de la montée et 15.A et 16.A de la descente.

Ces photos constituent la réponse de la cavité à une entrée en impulsion HF, compte tenu de la présence du détecteur.



Si v est le signal à l'entrée du détecteur, on a

$$v'(t) = v^{5/3} \quad \text{à la sortie.}$$

v et v' sont ramenées à l'échelle 1 pour le régime permanent.

C'est le signal v' que nous donnent les photos 13-14-15-16.A.

Entre les photos de la montée et celles de la descente, il y a eu inversion de signe.

On a :

$$z(t) = \text{th } \frac{t}{100}$$

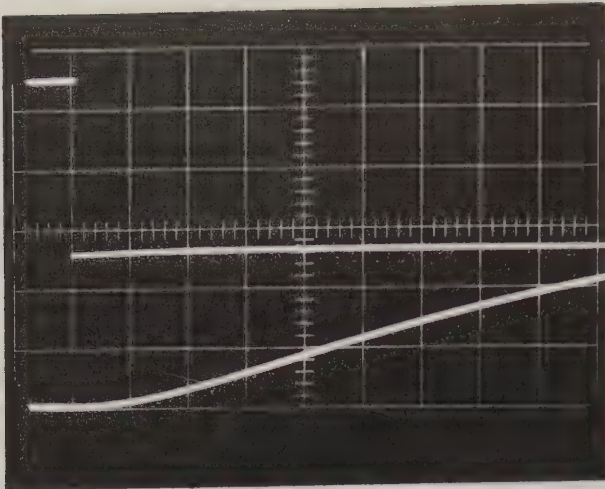
pour la cavité servant de maquette.

Pour que la représentation en circuit antirésonnant du système boucle-cavité convienne, on devrait avoir :

$$v(t) = 1 - e^{-\frac{t}{50}} \quad \text{à la montée}$$

$$v(t) = e^{-\frac{t}{50}} \quad \text{à la descente.}$$

montée



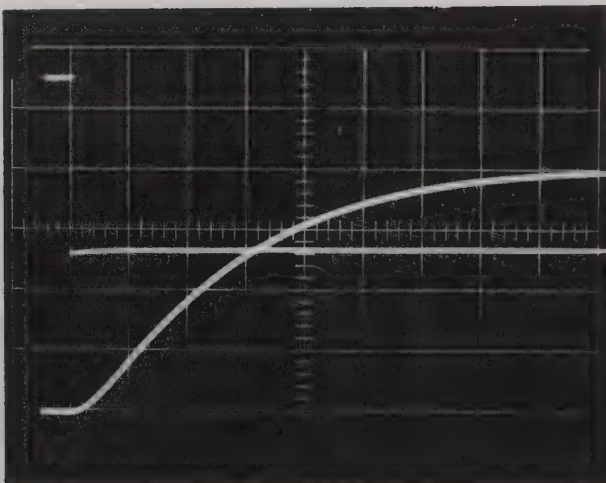
En haut :
impulsion de
commande du mixer
(début)

En bas :
signal détecté

photo 13.A

5 μ s/division

50 mV/division



En haut :
impulsion
de commande du mixer
(début)

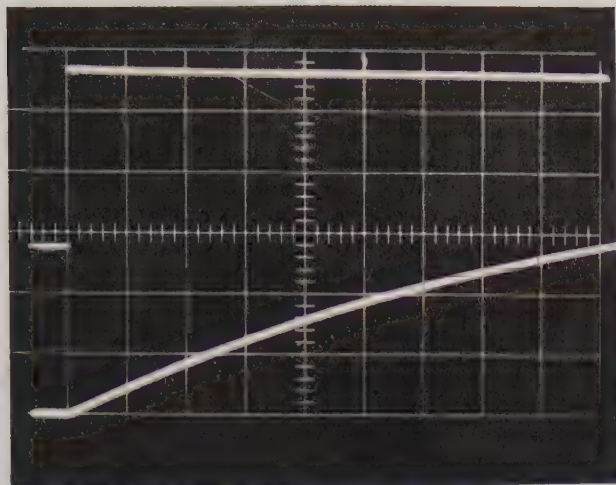
En bas :
signal détecté

photo 14.A

20 μ s/division

50 mV/division

descente



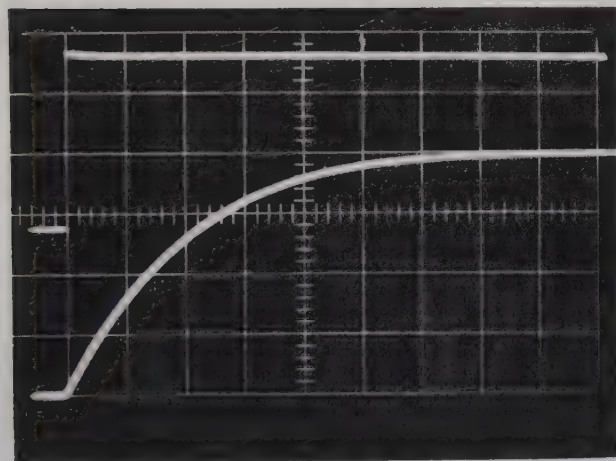
En haut :
impulsion de
commande du mixer
(fin)

En bas :
signal détecté
(changé de signe)

photo 15.A

5 μ s/division

50 mV/division



En haut :
impulsion de
commande du mixer
(fin)

En bas :
signal détecté
(changé de signe)

photo 16.A

20 μ s/division

50 mV/division

Et par conséquent :

$$v'(t) = \left(1 - e^{-\frac{t}{50}}\right)^{\frac{5}{3}} \quad \text{à la montée}$$

$$\dot{v}'(t) = \left(e^{-\frac{t}{50}}\right)^{\frac{5}{3}} \quad \text{à la descente}$$

ont des courbes représentatives qui devraient coïncider avec les courbes obtenues à partir des photos 13-14-15-16.A.

Or on constate que cette coïncidence est bonne, compte tenu d'une erreur d'évaluation d'environ $\pm 2 \%$.

(voir courbes V.A et V.A bis).

La représentation du système boucle-cavité par un circuit R-L-C est donc convenable, même en régime transitoire.

Il est par suite raisonnable de dire que le terme négligé par M. Nishikawa dans l'équation (6) à savoir :

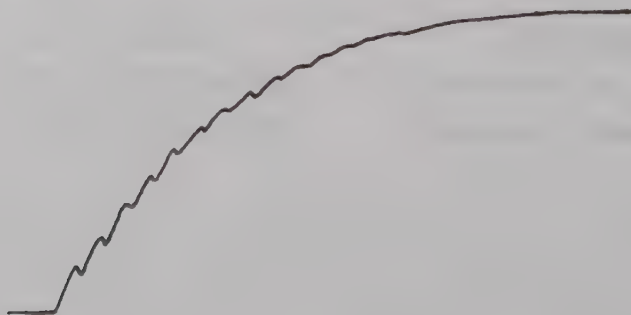
$$\frac{\omega_o}{U_o Q_{e,o}} \sum_{K \geq 1} U_K \frac{dV_K(t)}{dt}$$

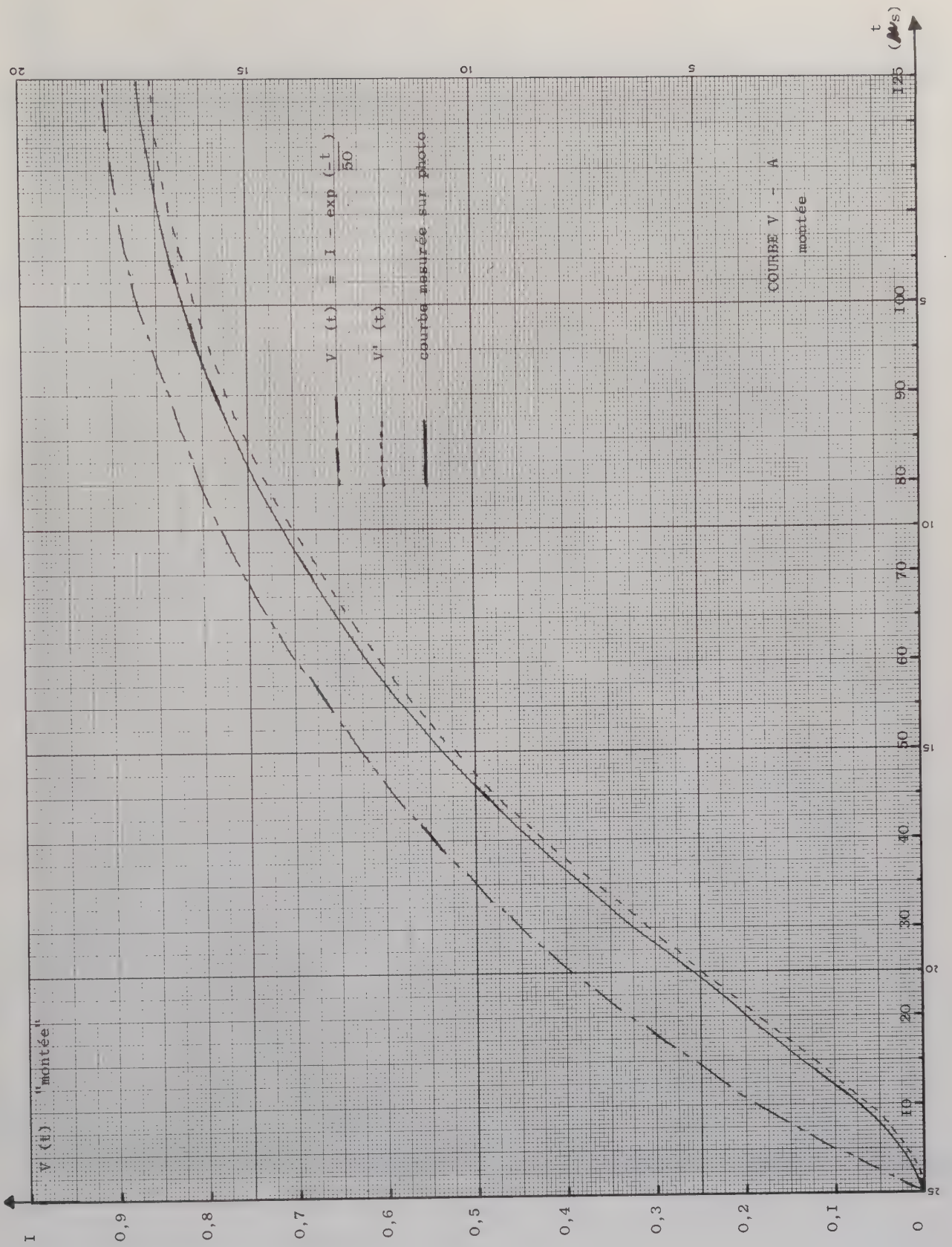
est effectivement négligeable.

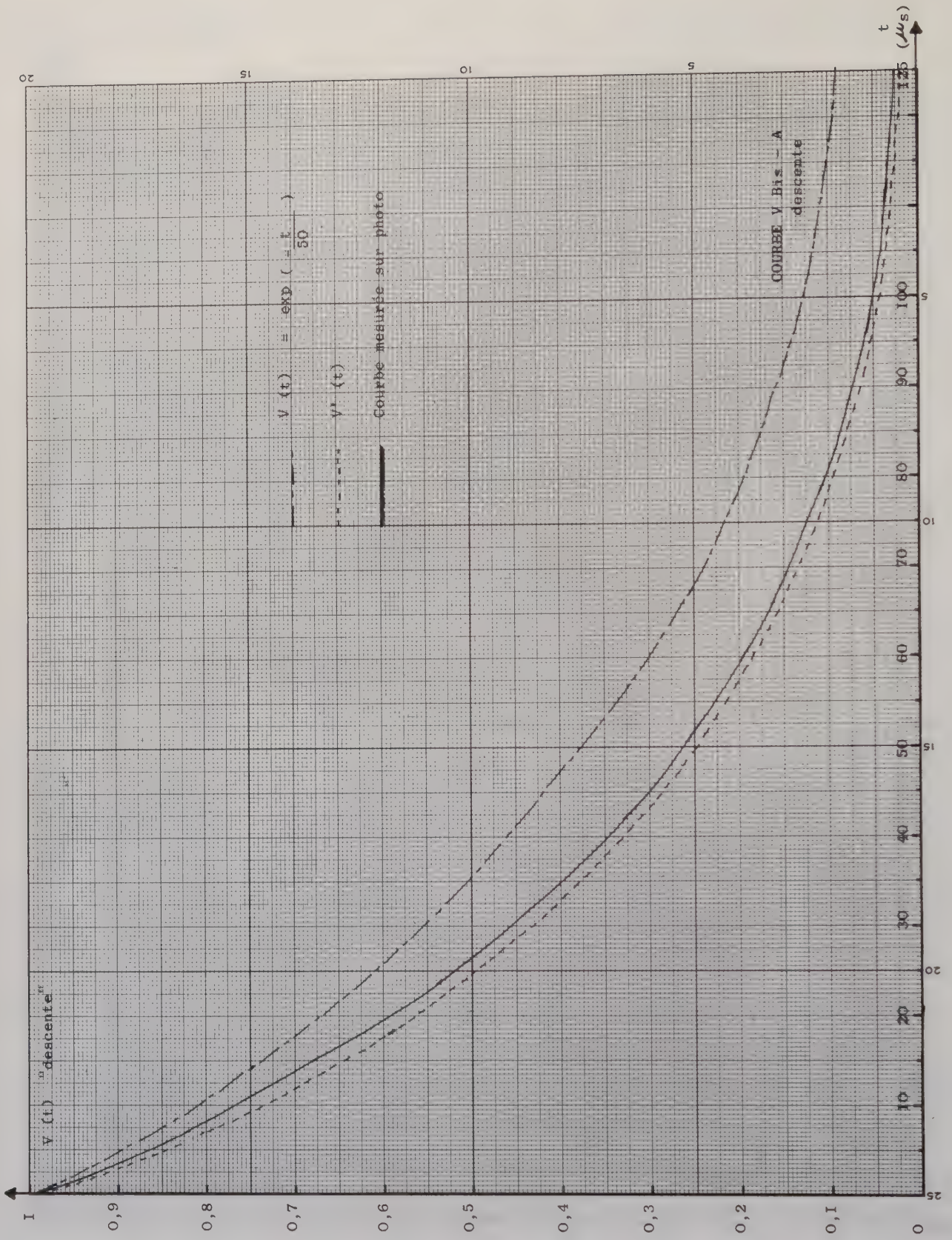
Toutefois, il faut signaler que la représentation par un seul circuit R-L-C, reste vraie seulement dans le cas d'une cavité courte comme celle de l'injecteur de Saturne. Car plus la longueur de la cavité augmente, plus les fréquences propres des différents modes se rapprochent. Dès lors la représentation par un seul circuit anti-résonnant ne serait valable que pour un seul mode. Il faut par suite tenir compte des modes supérieurs dans l'expression :

$$E(r,z,t) = \sum_n V_n(t) E_n(r,z)$$

c'est ce que fait M. Nishikawa pour expliquer les oscillations ("wiggles") que l'on observe dans la montée des champs de l'injecteur du "Brookhaven National Laboratory".







2° - Le circuit est désaccordé

Si ω_0 est la fréquence de résonance du circuit, $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$ est la fréquence forcée.

$\Delta\omega$ est tel que :

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \approx \frac{\Delta\omega}{\omega} \text{ est de l'ordre de grandeur de } \frac{1}{Q_0},$$

soit
$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} < \frac{10}{Q_0}$$

De telle sorte que l'on ait une variation significative sur un abaque de Smith.

Comme le calcul est complexe dans le cas du désaccord de fréquence et comme Q_0 est grand dans une cavité accélératrice ; on négligera les termes du premier ordre en $\frac{\Delta\omega}{\omega}$ et $\frac{1}{Q_0}$ ou $\frac{1}{Q}$. En faisant bien attention toutefois que les termes comme $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} Q_0$ ne sont pas négligeables.

Or on a vu que :

$$\frac{X}{\xi} V(t) = \xi \omega_0^2 \left[e^{j\omega t} - e^{-z\omega_0 t} \cos \omega_0 t + \frac{1}{\xi \omega_0} e^{-z\omega_0 t} \sin \omega_0 t - z e^{-z\omega_0 t} \sin \omega_0 t \right]$$

avec $\xi = -\frac{1}{j\omega}$ et $X = 1 + \frac{1}{jQ} \frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}$

$$z = \frac{1}{2Q}$$

On pose $U(t) = \frac{V(t)}{\xi^2 \omega_0^2} X$

$$\frac{dU(t)}{dt} = j\omega_0 \left[e^{j\omega t} + \frac{\Delta\omega}{\omega_0} e^{j\omega t} - (1+jz) e^{-(z\omega_0 + j\omega_0 t)} - \frac{\Delta\omega}{\omega_0} e^{-z\omega_0 t} \cos \omega_0 t + jze^{-z\omega_0 t} \cos \omega_0 t \right]$$

soit, en tenant compte de ce qui a été dit précédemment :

$$\frac{dU}{dt} \approx j\omega_0 e^{j\omega t} \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right]$$

avec $\frac{1}{\tau'} = \frac{1}{\tau} + j\Delta\omega$

On ne peut négliger $\Delta\omega$ devant $\frac{1}{\tau}$

En effet :

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} Q_0 < 10 \quad \text{et} \quad \tau = \frac{Q_0}{\omega_0}$$

d'où $\Delta\omega \cdot \tau < 10$

$\Delta\omega$ est de l'ordre de grandeur de $\frac{1}{\tau}$

D'autre part :

$$\frac{\xi^2 \omega_0^2}{X} \approx -j Q \frac{1}{1 + 2j Q \frac{\Delta\omega}{\omega_0}}$$

D'où

$$\frac{dV(t)}{dt} = \frac{\xi^2 \omega_0^2}{X} \frac{dU}{dt} = \frac{Q \omega_0 e^{j\omega t}}{1 + 2j Q \frac{\Delta\omega}{\omega_0}} \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau'}} \right]$$

Dès lors, on a :

$$E(t) = \frac{e^{j\omega t}}{1 + 2j Q \frac{\Delta\omega}{\omega_0}} \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau'}} \right]$$

$$R I(t) = 2 e^{j\omega t} - \frac{e^{j\omega t} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau'}} \right)}{1 + 2j Q \frac{\Delta\omega}{\omega_0}}$$

On a des expressions de la forme :

$$E(t) = v(t) e^{j\omega t}$$

$$I(t) = i(t) e^{j\omega t}$$

avec cette fois-ci $v(t)$ et $i(t)$, fonctions complexes du temps.

On calcule ici l'admittance réduite que l'on pose par définition :

$$y(t) = R \frac{i(t)}{v(t)}$$

soit :

$$y(t) = \frac{1 + e^{-\frac{t}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{t}{\tau}}} + 2j Q_0 \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \cdot \frac{1}{1 - e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

Sachant que $Q_0 = 2 Q$.

On voit déjà que :

$\alpha) - \Delta\omega = 0$ donne $y(t) = \coth \frac{t}{2\tau}$

soit $z(t) = \th \frac{t}{2\tau}$ pour l'impédance réduite c'est le cas de l'accord de fréquence

$\beta) - t \rightarrow 0$, $y(t) \rightarrow \infty + j \infty$

c'est le court-circuit à l'instant initial.

$\gamma) - t \rightarrow \infty$, $y(t) \rightarrow 1 + 2Q_0 \frac{\Delta\omega}{\omega_0}$

$y(t)$ tend vers la formule classique de l'admittance en régime permanent.

Si on sépare maintenant les parties réelle et imaginaire, on

a :

$$y(t) = \frac{1 - e^{-\frac{2t}{\tau}} + 2Q_0 \frac{\Delta\omega}{\omega_0} e^{-\frac{t}{\tau}} \sin \Delta\omega t}{1 - 2e^{-\frac{t}{\tau}} \cos \Delta\omega t + e^{-\frac{2t}{\tau}}} + j \frac{2Q_0 \frac{\Delta\omega}{\omega_0} - 2e^{-\frac{t}{\tau}} \sin \Delta\omega t - 2Q_0 \frac{\Delta\omega}{\omega_0} e^{-\frac{t}{\tau}} \cos \Delta\omega t}{1 - 2e^{-\frac{t}{\tau}} \cos \Delta\omega t + e^{-\frac{2t}{\tau}}}$$

On constate aisément que la variation de $y(t)$ sur un abaque de Smith ne suit pas une ligne d'isosusceptance.

Or pour $t = \frac{\pi}{2\Delta\omega}$, la partie imaginaire $\text{Im} [y(t)]$ de $y(t)$ est égale à

$$\frac{2 Q_0 \frac{\Delta\omega}{\omega_0} - 2 e^{-\frac{\pi}{2\tau\Delta\omega}}}{1 + e^{-\frac{\pi}{\tau\Delta\omega}}} < 2 Q_0 \frac{\Delta\omega}{\omega_0}$$

Par suite, $\text{Im } [y(t)]$ variant de $+\infty$ à $2Q_0 \frac{\Delta\omega}{\omega_0}$ passe par au moins un minimum avant d'atteindre le régime permanent.

On a essayé de tracer sur un abaque de Smith,, par un simple calcul numérique, les variations d'impédance pour :

$$2Q_0 \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = 1 \quad Q_0 = 64\ 000 \quad (\text{I})$$

$$2Q_0 \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = 2,5 \quad (\text{II})$$

$$2Q_0 \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = 5 \quad (\text{III})$$

(voir figure 2).

On constate que plus l'écart en fréquence est grand, plus la variation d'impédance a tendance à prendre une forme en "spirale".

A III - CHARGE DE LA CAVITE PAR LE FAISCEAU

a) - Etude théorique

On va dans ce paragraphe, tenir compte de la présence d'un faisceau de particules animées d'une certaine vitesse.

On reprend pour cela l'équation (5) du paragraphe A I, pour le mode TM_{010} , que l'on écrit sous une forme légèrement modifiée au second membre, par l'introduction d'échelons d'Heaviside u .

$$\begin{aligned} \frac{d^2 V_0(t)}{dt^2} + (1+j) \frac{\omega_0}{Q_{00}} \frac{dV_0(t)}{dt} + \omega_0^2 V_0(t) \\ = u(t) \frac{1}{\epsilon_0} \frac{d}{dt} \int_{S'} (\vec{H} \wedge \vec{E}_0) \cdot \vec{n} \, ds' - u(t-t_1) \frac{1}{\epsilon_0} \frac{d}{dt} \int_V \vec{J} \cdot \vec{E}_0 \, dv \quad (5) \end{aligned}$$

Si la puissance HF est injectée à l'instant $t=0$, t_1 correspond à l'instant où le faisceau de particules est introduit dans la cavité accélératrice. On sait que si $H = \text{constante} \times \exp(j\omega'_0 t)$, d'après le développement du paragraphe A II précédent, (5) peut s'écrire :

No. GC 19509

NAME	TITLE	DWG. NO.
SMITH CHART FORM 5301-7560-N	GENERAL RADIO COMPANY, WEST CONCORD, MASSACHUSETTS	DATE

IMPEDANCE OR ADMITTANCE COORDINATES

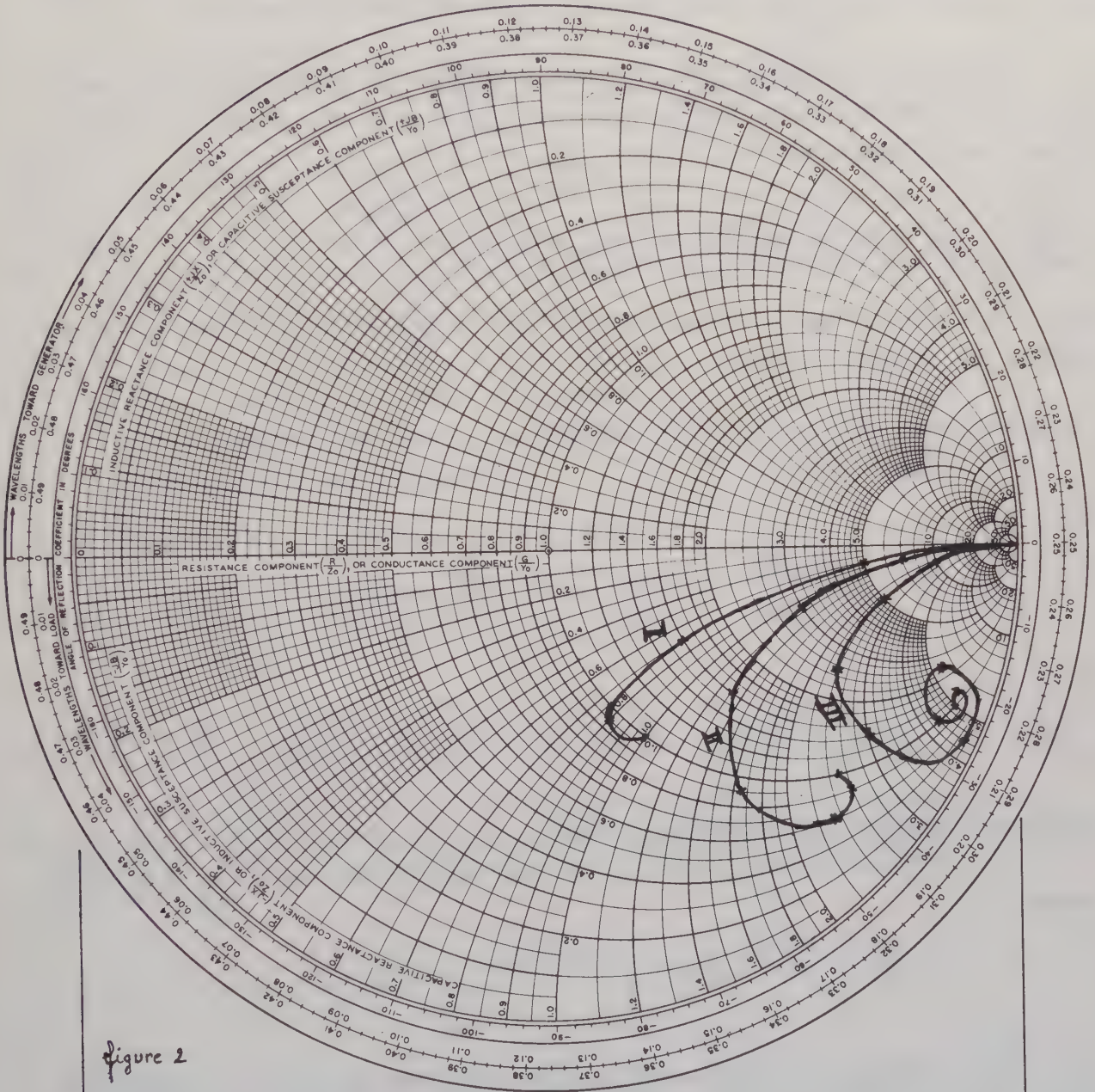
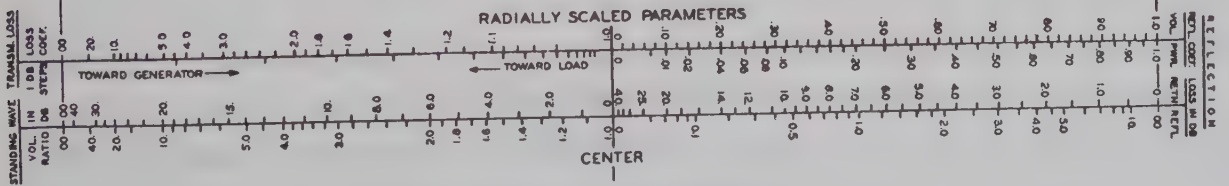


Figure 2



$$\frac{d^2 V_o(t)}{dt^2} + (1+ja_o) \frac{\omega_o}{Q_o} \frac{dV_o(t)}{dt} + \omega_o^2 V_o(t) = A U_o e^{j\omega_o' t} \cdot u(t) - u(t-t_1) \frac{1}{\epsilon_o} \frac{d}{dt} \int_V \vec{J} \cdot \vec{E}_o dv \quad (9)$$

La solution générale de cette équation différentielle qui est linéaire, du deuxième ordre en $V_o(t)$, est la somme des solutions des équations :

$$\frac{d^2 V_{oe}}{dt^2} + (1+ja_o) \frac{\omega_o}{Q_o} \frac{dV_{oe}}{dt} + \omega_o^2 V_{oe} = A U_o e^{j\omega_o' t} u(t) \quad (9')$$

qui n'est autre que l'équation (7) de la page 19 et dont la résolution se trouve en annexe II

$$V_{oe} = E_o \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right] e^{j\omega_o' t}$$

avec

$$E_o = \frac{A U_o Q_o}{j \omega_o'^2} \quad \text{et} \quad \tau = \frac{2Q_o}{\omega_o'}$$

et

$$\frac{d^2 V_{of}}{dt^2} + (1+ja_o) \frac{\omega_o}{Q_o} \frac{dV_{of}}{dt} + \omega_o^2 V_{of} = - u(t-t_1) \frac{1}{\epsilon_o} \frac{d}{dt} \int_V \vec{J} \cdot \vec{E}_o dv \quad (9'')$$

qui nous fournit le champ V_{of} induit par le faisceau dans la cavité.

La difficulté ici, est le calcul du second membre, soit le terme :

$$\frac{1}{\epsilon_o} \frac{d}{dt} \int_V \vec{J} \cdot \vec{E}_o dv$$

Ce calcul a été effectué par M. Nishikawa [15] et amélioré par M. LEE [11] qui tient compte de la variation de vitesse des particules et du fait que les cellules n'ont pas la même longueur, le long de la structure accélératrice. Le résultat obtenu par ce dernier n'est autre que celui trouvé par M. Nishikawa, multiplié simplement par un terme correctif.

Ce terme correctif, d'ailleurs, dans le cas de l'injecteur de Saturne, est très voisin de 1.

Le faisceau de particules à la sortie du préinjecteur passe par une cavité à une seule cellule, appelé groupeur ; après traversée d'un espace de glissement, le faisceau pénètre dans l'injecteur groupé par paquets. On a dès lors, un courant dont l'intensité moyenne est I_0 et dont le fondamental est ω'_0 (soit environ 200 MHz).

Ce fondamental est déphasé par rapport au champ existant dans la cavité d'un angle $\varphi = -\omega'_0 t_1$.

Le calcul de M. Nishikawa donne le résultat suivant :

$$\frac{1}{\epsilon_0} \frac{d}{dt} \int_V \vec{J} \cdot \vec{E}_0 dv = \frac{1}{\epsilon_0} j \omega'_0 \frac{1}{\sqrt{2}} I_0 K_0 L f_0 e^{j(\omega'_0 t + \varphi)}$$

où : $K_0(r)$ est la variation radiale du champ que l'on a déjà vue au sous-paragraphe (A.II,a.3)

L : la longueur de la cavité

T_0 : facteur de temps de transit

f_0 : facteur de forme des "paquets de protons" (bunches) à la sortie du groupeur.

d'où par suite, l'équation à résoudre

$$\frac{d^2 V_{of}}{dt^2} + (1 + j a_0) \frac{\omega_0}{Q_0} \frac{dV_{of}}{dt} + \omega_0^2 V_{of} = B e^{j \omega'_0 t} u(t - t_1)$$

avec
$$B = - \frac{1}{\epsilon_0} j \omega'_0 \frac{1}{\sqrt{2}} I_0 K_0 L T_0 F_0 e^{j \varphi}$$

La solution de cette équation est donnée en annexe II, il suffit de remplacer $A U_0$ par B . On trouve, en négligeant le terme contenant $\frac{1}{Q_0}$

$$V_{of} = - \frac{I_0 K_0 L Q_0 T_0 f_0}{\epsilon_0 \omega'_0 \sqrt{2}} e^{j(\omega'_0 t + \varphi)} \left[1 - e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} \right]$$

La composante axiale du champ résultant correspondant au mode normal $TM_{0,0}$ est :

$$\frac{K_0(r)}{\sqrt{2}}$$

par suite, on a un champ axial résultant :

$$E_t = (V_{oe} + V_{of}) \frac{K_0(r)}{\sqrt{2}}$$

Sur l'axe :

$$V_{of} \frac{K_o(0)}{\sqrt{2}} = - I_o \frac{f_o}{T_o} \frac{Q_o}{Q_{oo}} r_o e^{j(\omega'_o t + \varphi)} \left[1 - e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} \right]$$

où
$$r_o = Q_{oo} \frac{K_o^2(r=0) L T_o^2}{2 \epsilon_o \omega'_o}$$

est l'impédance-shunt de la cavité.

Si on pose :

$$E_e = V_{oe} \frac{K_o}{\sqrt{2}} = E_o \frac{K_o}{\sqrt{2}} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) e^{j\omega'_o t}$$

et
$$E_f = V_{of} \frac{K_o}{\sqrt{2}} = V_b e^{j\varphi} \left[1 - e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} \right] e^{j\omega'_o t}$$

avec
$$V_b = I_o \frac{f_o}{T_o} \frac{Q_o}{Q_{oo}} r_o$$

Le champ résultant peut s'écrire :

$$E_t = E_e + E_f$$

E_e est le champ induit par la boucle d'alimentation

E_f est le champ induit par le faisceau.

En général, on injecte le faisceau une fois que le régime permanent de E_e est atteint.

alors :
$$E_e \rightarrow E_o \frac{K_o}{\sqrt{2}} e^{j\omega'_o t} = V_o e^{j\omega'_o t}$$

En présence du faisceau, on a :

$$E_t = V_o - V_b e^{j\varphi} \left[1 - e^{-\frac{1}{\tau}(t-t_1)} \right]$$

pour $t > t_1$

On sous-entend le terme : $e^{j\omega'_o t}$

b) - Régime permanent - Représentation de Fresnel

$$E_t = V_o - V_b e^{j\varphi} \left[1 - e^{-\frac{1}{\tau} (t-t_1)} \right]$$

où
$$V_b = + I_o \frac{f_o}{T_o} \frac{Q_o}{Q_{oo}} r_o$$

Le terme $V_b e^{j\varphi} \left[1 - e^{-\frac{1}{\tau} (t-t_1)} \right]$

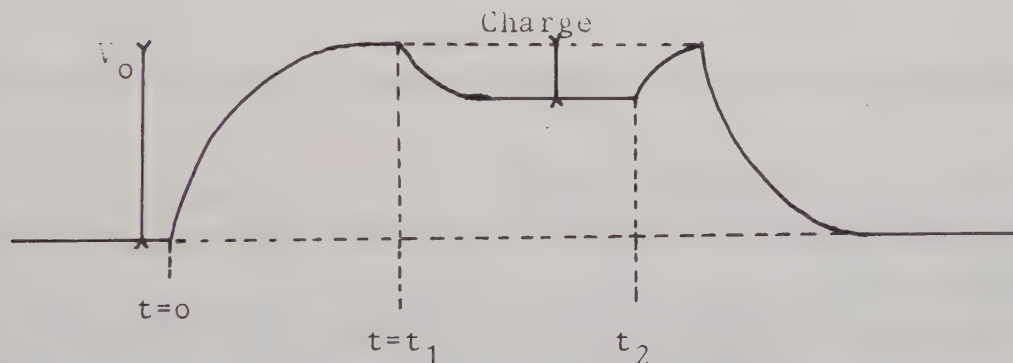
représente la charge de la cavité par le faisceau.

Cette charge tend vers une limite qui est le régime permanent en présence du faisceau.

Et dans ce cas, le champ résultant se stabilise à la limite V_t de E_t

$$E_t \rightarrow V_t = V_o - V_b e^{j\varphi}$$

Le signal détecté, en présence du faisceau, dans la cavité prend l'allure suivante :



$t_2 - t_1$ est le temps de passage du faisceau.

Ce que l'on voit aussi sur la photo 17.A.

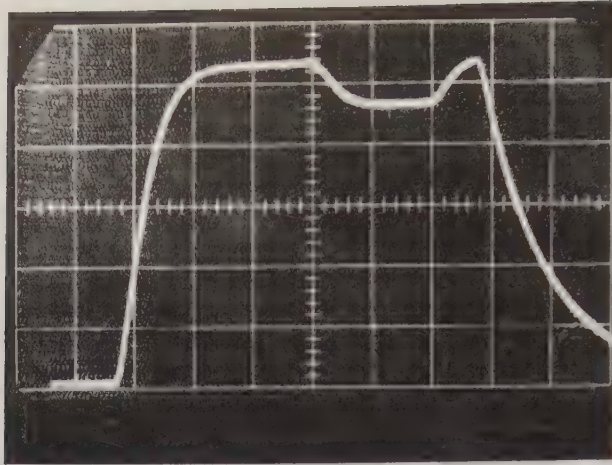


Photo 17.A

200 μ s/division

amplitude de l'impulsion = 6 V

(1 volt/division, décalibré)

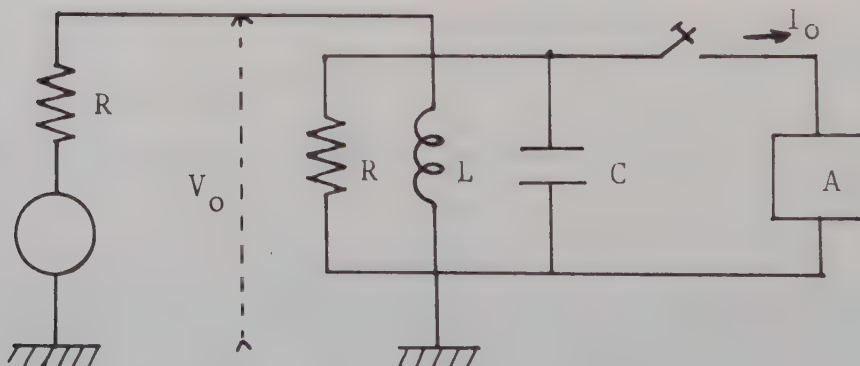
$I_0 = 20$ mA.

Pour ce qui concerne le régime permanent, un tel résultat, à savoir :

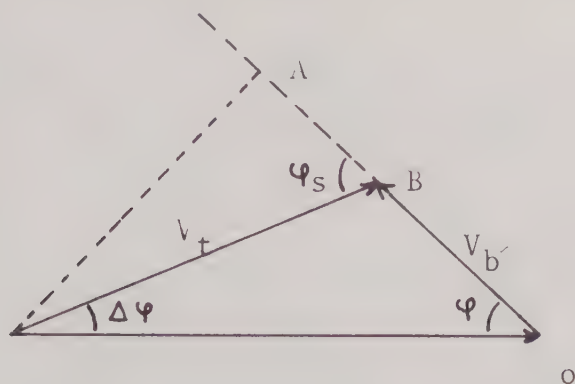
$$V_t = V_0 - V_b e^{j\varphi}$$

a été trouvé qualitativement par M. GLUCKSTERN [4] qui a utilisé un schéma équivalent.

La cavité est représentée par un circuit anti-résonnant, l'influence du faisceau étant caractérisée par une charge A placée en parallèle.



* On peut en utilisant une représentation de Fresnel obtenir des résultats intéressants pour des calculs numériques.



On voit déjà sur cette figure que :

1° - le champ résultant V_t est déphasé par rapport au champ initial V_0 d'un certain angle $\Delta\varphi$.

2° - la charge de la cavité par le faisceau se décompose en deux termes :

Le premier correspond à la partie résistive qui est responsable de l'absorption d'énergie.

Le second est un terme réactif qui traduit le déphasage $\Delta\varphi$.

On appelle :

V_{os} : la tension crête pour laquelle l'accélérateur a été calculé.

φ_{os} : la phase synchrone pour laquelle l'accélérateur a été calculé.

$V_{os} \cos \varphi_{os}$ est alors le gain de tension pour lequel l'accélérateur a été calculé, c'est en fait le gain d'énergie qu'acquiert une particule si elle est injectée seule dans la cavité accélératrice.

La phase réelle que verra le faisceau dans la cavité est :

$$\varphi_s = \varphi + \Delta\varphi$$

Par suite le gain de tension est donné par le segment A B :

$$(V_0 \cos \varphi - V_b)$$

Pour que les particules gagnent l'énergie voulue, le faisceau se cale à la phase φ_b donnée par :

$$V_0 \cos \varphi_b - V_b = V_{os} \cos \varphi_{os} = V_t \cos \varphi_s$$

soit

$$\cos \varphi_b = \frac{V_b}{V_0} + \frac{V_{os}}{V_0} \cos \varphi_{os}$$

D'autre part, on a les relations suivantes :

$$V_t^2 = V_o^2 + V_b^2 - 2 V_o V_b \cos \varphi_b$$

$$\operatorname{tg} \Delta \varphi = \frac{V_b \sin \varphi_s}{V_t + V_b \cos \varphi_s}$$

$$\operatorname{tg} \Delta \varphi = \frac{V_b \sin \varphi_b}{V_o - V_b \cos \varphi_b}$$

$$\varphi_s = \varphi_b + \Delta \varphi$$

qui se vérifient aisément sur le triangle formé par V_o , V_t et V_b .

Des valeurs numériques concernant l'injecteur de Saturne sont données en annexe III. Quant à la figure de la page suivante, elle montre les positions relatives de V_o , V_t , V_b et V_{os} .

Influence du faisceau sur Q_o et Z

La présence du faisceau dans la cavité accélératrice influe aussi sur le coefficient de surtension en charge Q_o et sur l'impédance d'entrée de la boucle Z .

1° - Soit W , l'énergie électromagnétique emmagasinée dans la cavité. Si la boucle d'attaque transmet la puissance P_o pour avoir le champ nominal V_{os} en absence de faisceau, le coefficient de surtension en charge Q_o peut s'écrire :

$$Q_o = \omega_o' \frac{W}{P_o}$$

Le faisceau absorbe une puissance P_b .

A même champ nominal dans la cavité, on a un nouveau coefficient de surtension :

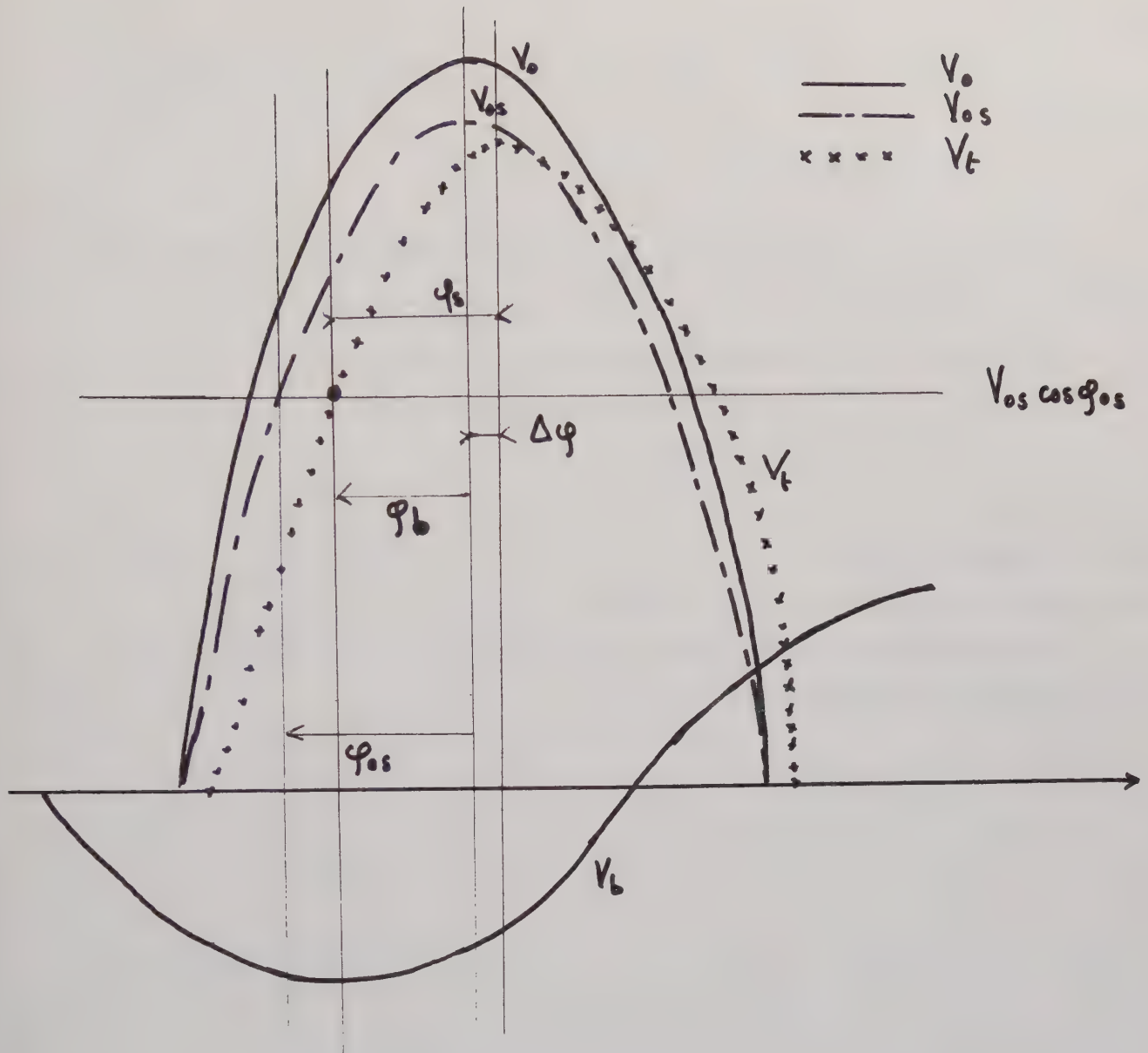
$$Q = \omega_o' \frac{W}{P_o + P_b}$$

Alors :

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_o} + \frac{1}{Q_b}$$

$Q_b = \omega_o' \frac{W}{P_b}$ est un coefficient de surtension attaché à la présence du faisceau dans la cavité.

2° - La boucle présente une tension aux bornes qui est proportionnelle au niveau des champs dans la cavité.



- Positions relatives de V_o , V_b , V_t et V_{os} -

$$V = \omega'_O \mu H S$$

H : champ magnétique

S : surface de la boucle.

L'impédance qu'elle présente, est par suite, en absence de faisceau.

$$Z = R = \frac{V^2}{2 P_O} \quad (\text{soit } 50 \Omega)$$

En présence de faisceau, les mêmes champs sont obtenus quand la boucle transmet : $P_O + P_b$.

On a alors une nouvelle impédance d'entrée :

$$Z' = \frac{V^2}{2(P_O + P_b)} = Z \frac{P_O}{P_O + P_b}$$

Cela se traduit par le fait, que sur la ligne on n'a plus un TOS théorique égal à 1. Il y a une partie de la puissance incidente qui est réfléchie, cela même en régime permanent.

Des grandeurs numériques relatives à ces deux influences sont données en annexe III.

B

ETUDE DU REGULATEUR

INTRODUCTION

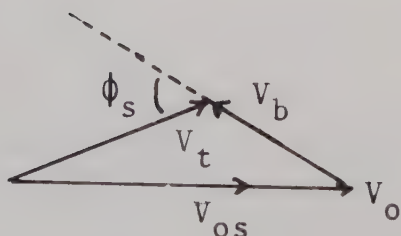
L'ensemble de l'étude théorique de la partie A va permettre maintenant d'aborder, la réalisation proprement dite du régulateur.

On a vu que l'accélération du faisceau de particules, dans l'accélérateur linéaire de 20 MeV, nouvel injecteur du synchrotron Saturne, charge de façon notable la cavité de cet accélérateur quand l'intensité atteint 20 mA et fait baisser le niveau du champ HF, nécessaire à l'accélération.

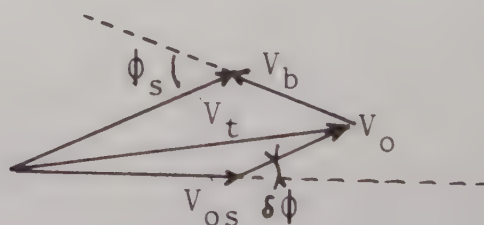
Pour obtenir un faisceau ayant de bonnes caractéristiques, il est indispensable de compenser en puissance HF, pour maintenir le champ accélérateur moyen à sa valeur nominale.

Au CERN [1], comme à Brookhaven [16], la méthode préconisée a été de coupler un deuxième tube, dit auxiliaire, à la cavité par l'intermédiaire d'une deuxième boucle d'alimentation. Ce tube ne reçoit sa tension anodique, ainsi que son excitation que pendant la durée de l'impulsion du faisceau qui, dans les deux cas est de l'ordre de quelques dizaines de microsecondes. Au CEN-Saclay, comme à Argonne et Harwell [27], il a été jugé préférable d'utiliser une autre méthode, celle qui consiste à agir sur le tube principal. Cette méthode permet de réguler l'amplitude du champ moyen résultant dans la cavité, mais ne permet pas d'agir directement sur la phase. C'est un inconvénient par rapport à la méthode utilisant un deuxième tube, car cette dernière permet de contrôler indépendamment l'amplitude et la phase.

Avec un seul tube



Avec deux tubes



V_{os} : champ nominal

V_o : champ à vide

V_b : champ induit par le faisceau

V_t : champ résultant

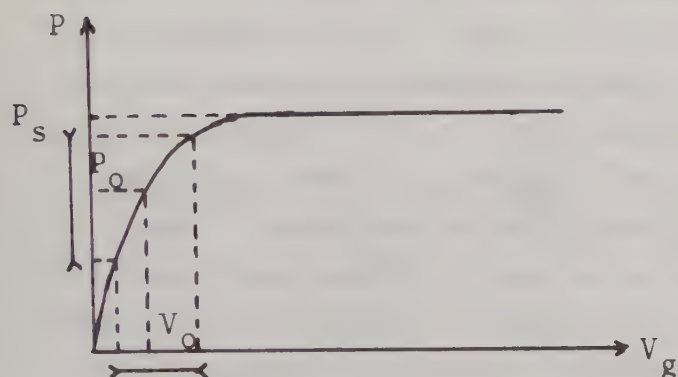
$\delta\phi$: déphasage entre tube principal et tube auxiliaire

ϕ_s : phase synchrone.

Toutefois, l'action sur le tube principal présente des avantages de moindre coût et de moindre encombrement. Au CEN-Saclay, on a préféré agir sur le tube principal surtout parce que le fonctionnement des amplificateurs de l'alimentation HF le permet.

Mais l'action sur le tube principal peut se faire soit par programme, soit par asservissement. Par programme, la compensation se fait d'impulsion en impulsion. En cas de raté du faisceau, il risque de se produire des claquages dans la cavité. Et surtout la compensation par programme ne corrige pas les dérives en amplitude des impulsions HF.

En effet, le tube TH515 de l'étage 2 MW (schéma I.B) fournit une puissance de 2,1 MW en régime de saturation. On ne travaille pas à saturation ; mais en un point de la caractéristique statique du tube, situé en-dessous du palier de saturation.



P : puissance de sortie

V_g : tension d'attaque

P_s : puissance de sortie,
en saturation.

L'absence de régulation efficace des tensions d'attaque des différents étages entraîne des fluctuations de la puissance HF de sortie dans l'étage final de l'ordre de quelques %. D'où l'intérêt d'une régulation du niveau de champ dans la cavité même en absence de faisceau.

Le choix s'est porté finalement sur l'action, par asservissement, sur le tube principal. Cette méthode permet de corriger les dérives en amplitude des impulsions HF et de compenser la charge du faisceau.

L'asservissement avec faisceau doit être assez rapide pour répondre de façon efficace pendant l'impulsion. On doit donc agir sur un organe de commande rapide. Dans notre cas, le meilleur moyen

est de moduler l'enveloppe de la HF au niveau des bas étages, c'est à dire essentiellement dans l'étage 10 kW.

Quant à la cavité, elle répond évidemment avec sa propre constante de temps, à laquelle on ne peut rien, mais cela n'est pas grave, car le faisceau charge la cavité avec aussi une constante de temps.

B.I - SCHEMA SYNOPTIQUE GENERAL (schéma 1.B)

Le fonctionnement en impulsions de l'étage 10 kW utilise déjà cette propriété d'être modulable en amplitude. Le signal de modulation principal, qui est rectangulaire, est fourni par un générateur de signaux carrés. Ce signal est mis en forme dans les circuits d'entrée à transistors. On peut, en particulier, lui donner une forme trapézoïdale pour compenser éventuellement la chute des tensions des capacités des modulateurs haut-niveau de la chaîne.

Le signal attaque ensuite les grilles de huit tubes en parallèle de l'étage 10 kW qui constituent le premier élément actif d'un cascode, dont le deuxième élément est le tube haute fréquence sur lequel se produit la modulation. C'est au niveau du transistor de l'attaque des grilles de ces huit tubes qu'il a été convenu d'ajouter le signal de commande fourni par la chaîne d'asservissement.

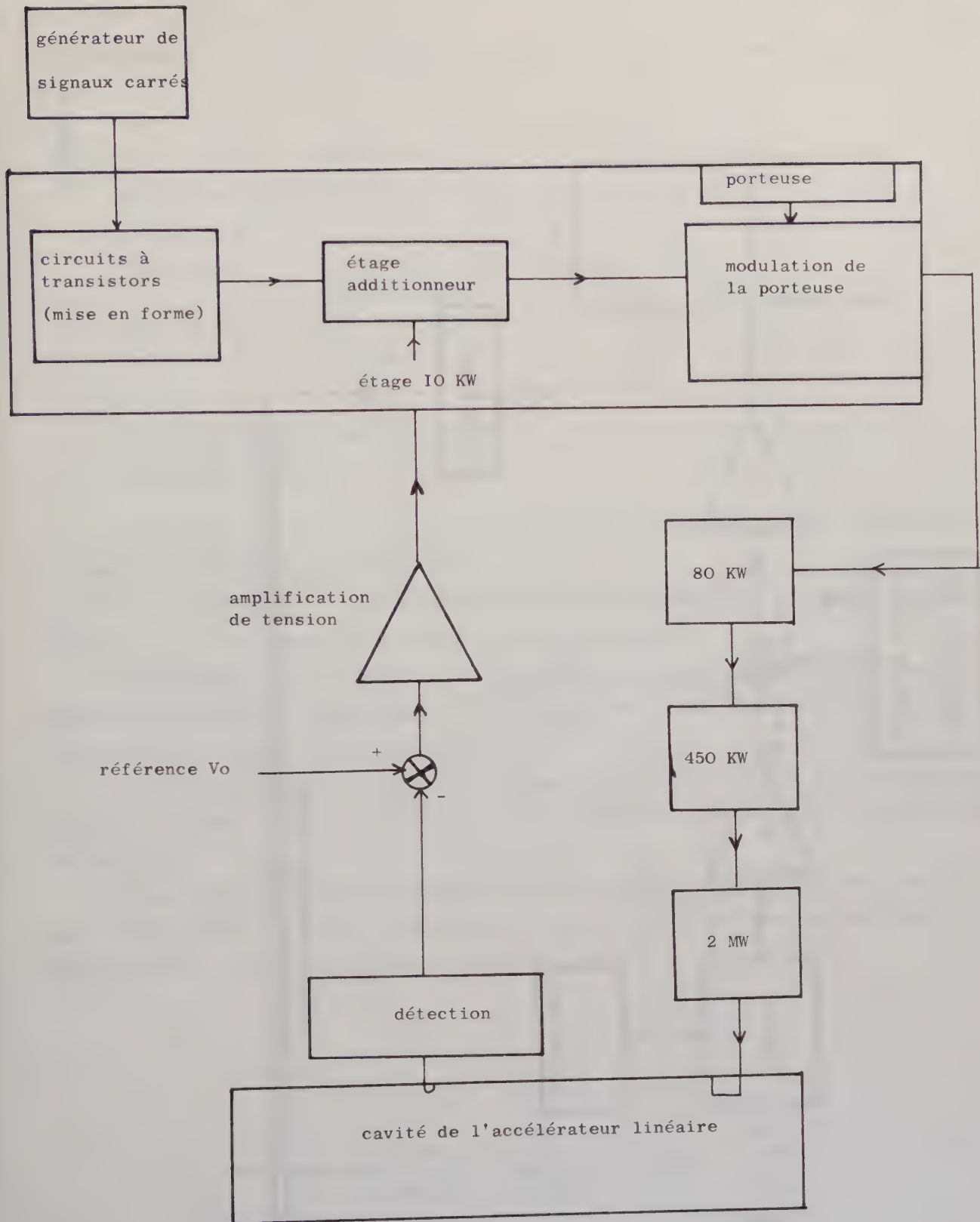
Ce signal de commande additionnel est obtenu ainsi : une petite boucle d'induction détecte le niveau du champ dans la cavité, et sort un signal de tension qui est comparé à une tension de référence proportionnelle au niveau nominal (valeur de consigne) du champ, d'où une tension d'erreur qui est ensuite amplifiée et ajoutée au signal principal provenant du générateur de signaux carrés.

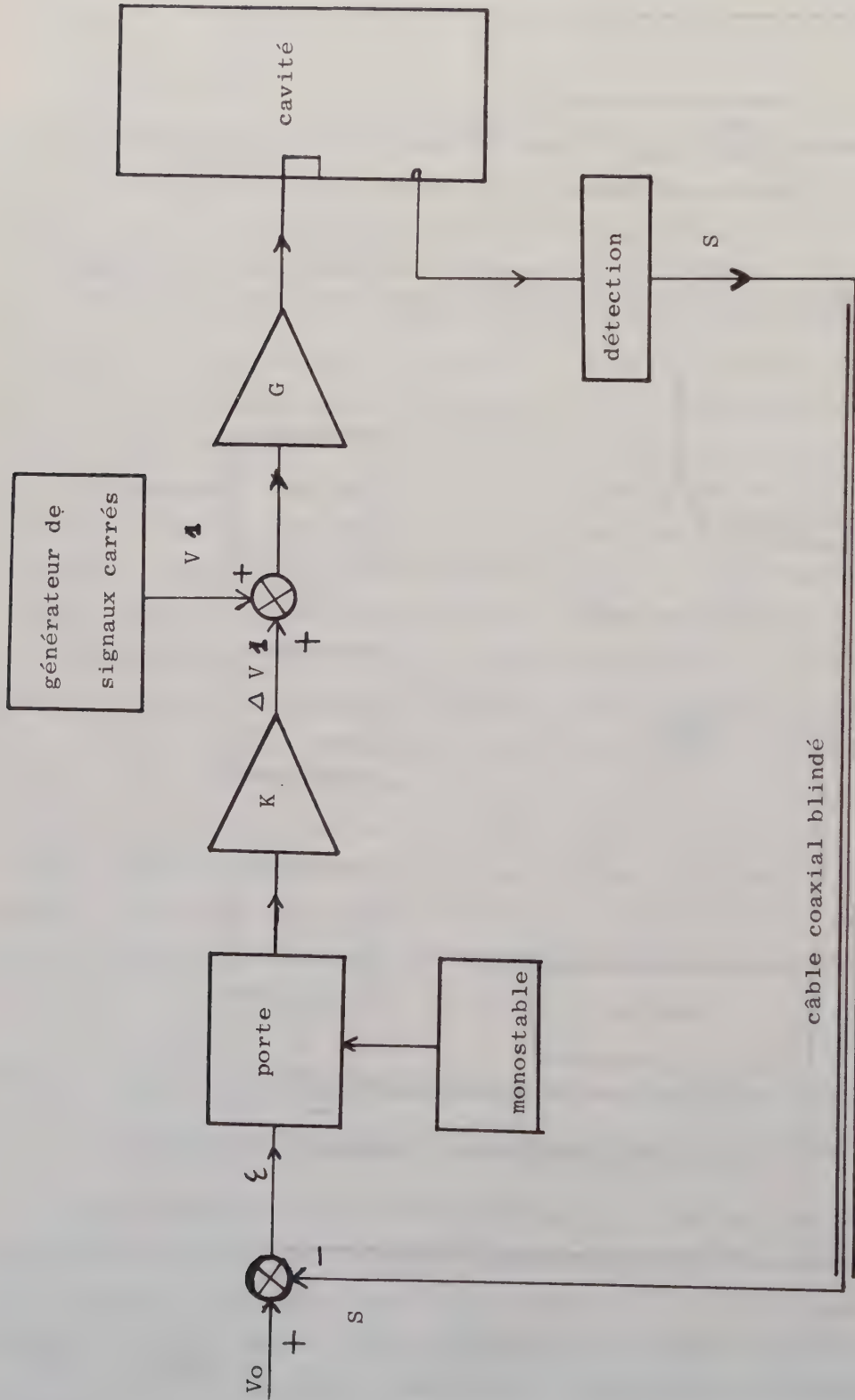
B.II - SCHEMA FONCTIONNEL

1° - Eléments composant l'asservissement (schéma 2.B)

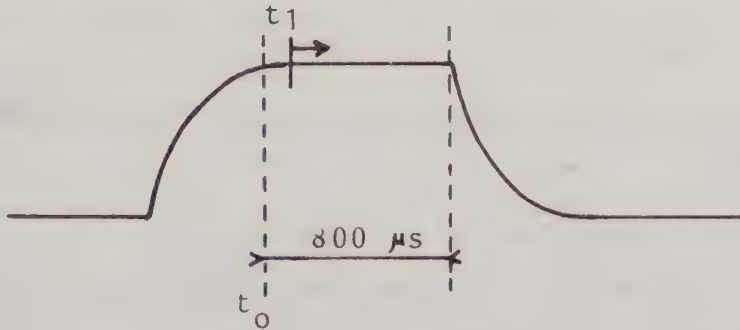
La référence est une tension V_0 stable, obtenue grâce à un montage électronique simple contenant une diode Zener (voir annexe IV). Cette référence sera appliquée sur le blindage interne du câble coaxial blindé dont l'âme ramènera le signal détecté dans la cavité.

- La porte permet d'empêcher l'arrivée du signal d'erreur pendant la montée du champ HF, et entre les impulsions, dans la cavité





et de laisser passer quand le niveau nominal dans la cavité est atteint, un court instant avant l'injection du faisceau, cela grace à un réglage du déclenchement du monostable qui commande la porte.



t_0 : ouverture de la porte
 t_1 : injection du faisceau.

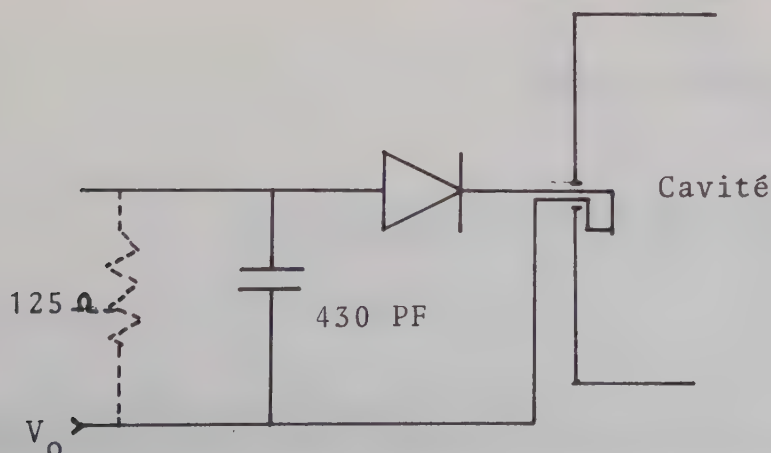
L'impulsion de commande à la sortie du monostable aura une largeur réglable d'environ $800 \mu s$.

- K : représente l'amplification de la tension d'erreur qui sera obtenue par deux amplificateurs opérationnels.

- Le signal d'erreur ΔV_1 est ajouté au signal principal sur la base du transistor précédant l'attaque des huit tubes constituant le premier élément d'un cascode.

- G : représente l'amplification de puissance qui va des grilles des huit tubes jusqu'à la sortie de l'étage 2 MW avant l'entrée dans la cavité.

- Une petite boucle d'induction fortement sous-couplée est suivie d'une petite boîte contenant une diode à pointe permettant de détecter une tension allant jusqu'à 7 volts.



La résistance 125Ω est l'impédance caractéristique du câble coaxial blindé qui permet d'amener une tension détectée propre de tout bruit parasite.

Le blindage du câble coaxial est mis à la masse de la cavité accélératrice.

2° - Calcul : relation entre précision et gain de la chaîne d'asservissement

* Représentation fonctionnelle de la cavité.

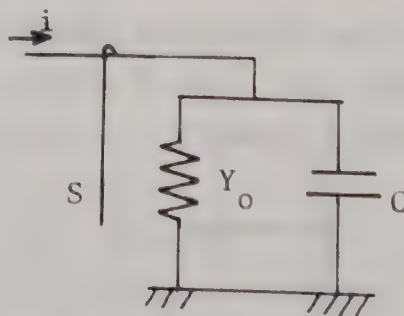
Pour l'étude du régulateur, il nous faut insérer la cavité dans un schéma fonctionnel. Ce qui nous intéresse ici, c'est la fonction de transfert d'un tel organe. Autrement dit, la réponse en sortie (en S), compte tenu de la détection, à une entrée en tension du type échelon, au niveau de l'attaque de l'étage 10 kW (V_1).

On a vu dans la partie A, qu'en absence de faisceau, l'ensemble boucle d'alimentation-cavité se comporte comme un système du premier ordre puisque la montée des champs se fait suivant la loi :

$$\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

après détection.

Aussi la cavité peut-elle être remplacée par un simple circuit R-C introduisant la même constante de temps que la cavité en charge.



Soit :

$$\tau = \frac{C}{Y_0} = 2 \frac{Q_0}{\omega_0} = 65 \mu s \quad (\text{voir annexe III})$$

avec
$$Y_0 = \frac{2}{Z_0} = \frac{1}{25} \Omega^{-1}$$

car la ligne qui représente le câble coaxial d'alimentation ramène

50 Ω en parallèle sur l'impédance d'entrée de la boucle d'attaque.

La charge de la cavité par le faisceau sera simulée par une augmentation de la conductance qui deviendra $Y' > Y_0$.

- Dans le calcul qui va suivre, on admet :

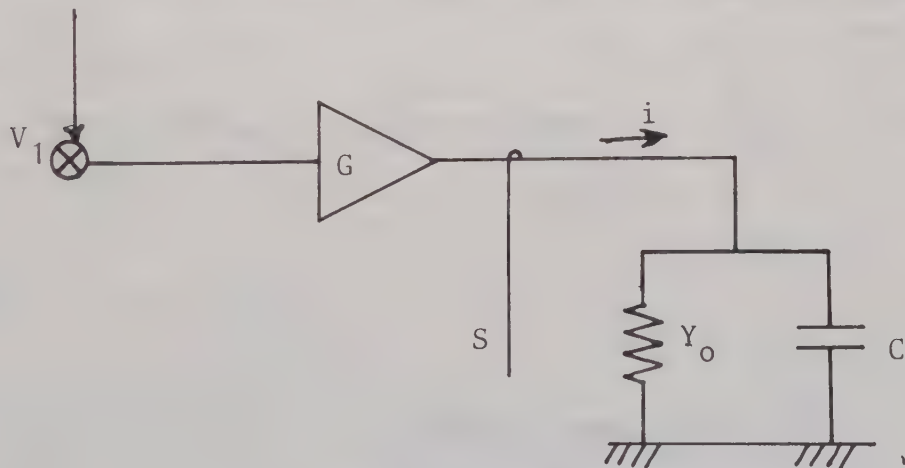
a) - que la fonction de transfert de l'amplification de puissance est représentée par une transconductance G qui est une constante.

b) - que les amplificateurs opérationnels pour l'amplification du signal d'erreur n'introduisent aucun retard et que l'on a un simple gain K_0 constant.

On verra que l'hypothèse (a) est vraie en mesurant la courbe de gain de la chaîne directe (étages d'amplification de puissance + cavité).

Par contre (b) est discutable puisqu'on verra apparaître une réponse oscillatoire due à un retard dans (K). Ce qui nécessitera un réseau de correction introduisant une avance de phase. Cependant, dans ce calcul, cela n'a pas d'importance, car ce que l'on cherche, c'est une relation entre l'erreur statique (précision) et le gain K_0 .

* Pendant la montée du champ dans la cavité, la porte est fermée on a alors le schéma suivant, qui est celui de la chaîne directe.



On pose :

$\bar{f}$ = transformée de Laplace de $f(t)$

$$\text{On a : } \bar{i} = G \frac{V_1}{p} = Y_0 \bar{S} + C p \bar{S}$$

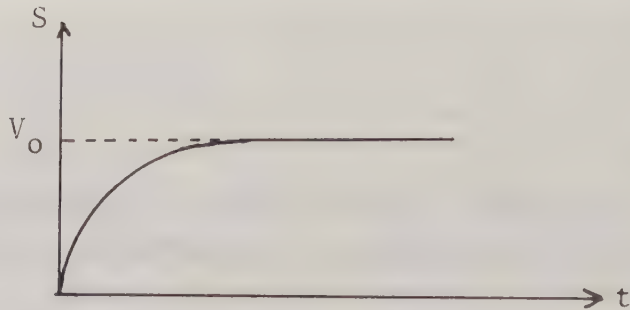
$$\text{d'où : } \bar{S} = \frac{G/Y_0}{1 + \tau_0 p} \frac{V_1}{p}$$

avec :

$$\tau_0 = C/Y_0$$

Soit :

$$S(t) = \frac{G}{Y_0} V_1 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_0}} \right)$$



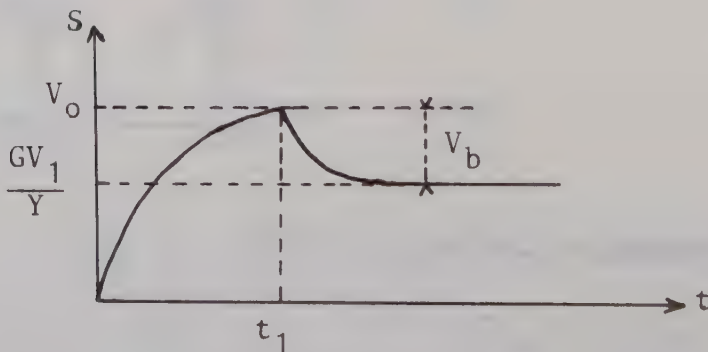
Si V_1 permet d'obtenir le niveau nominal V_0

$$V_1 = V_1^0 = \frac{Y_0}{G} V_0$$

* La porte étant toujours fermée, on injecte le faisceau. La charge Y_0 devient $Y > Y_0$ dans le schéma de la chaîne directe, avec la condition initiale $S(t_1^+) = V_0$. On peut mener le calcul et on trouve pour $t > t_1$

$$S(t) = \frac{G V_1^0}{Y} \left[1 - \exp \left(-\frac{t-t_1}{\tau_1} \right) \right] + V_0 \exp \left(-\frac{t-t_1}{\tau_1} \right)$$

avec $\tau_1 = \frac{e}{Y}$



La charge de la cavité par le faisceau se traduit par une baisse V_b du niveau détecté, proportionnelle en première approxi-

mation au champ E_b induit par le faisceau

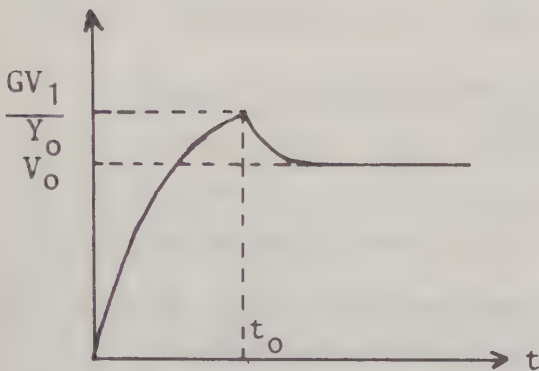
$$V_b = V_o - \frac{G V_1^o}{Y} = V_o \left(1 - \frac{Y_o}{Y} \right)$$

* A l'instant t_o , on ouvre la porte, on a alors le schéma IIB dans son entier.

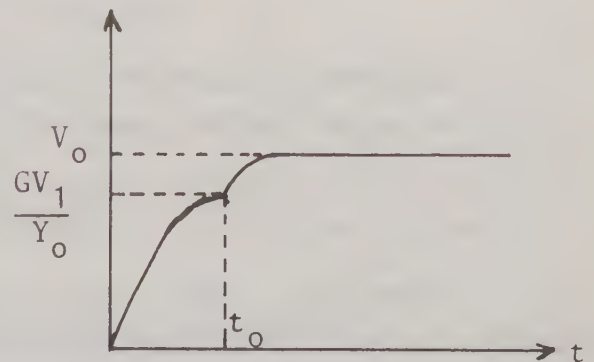
En absence de faisceau, l'asservissement permet de corriger les fluctuations de niveau du champ.

Si $V_1 < V_1^o$, la cavité est dite sur-compensée

Si $V_1 > V_1^o$, la cavité est dite sous-compensée.



$$V_1 > V_1^o$$



$$V_1 < V_1^o$$

* A l'instant t_1 , on injecte le faisceau. De nouveau Y_o devient Y , et $S(t_1^+) = V_o$.

On a alors pour $t > t_1$

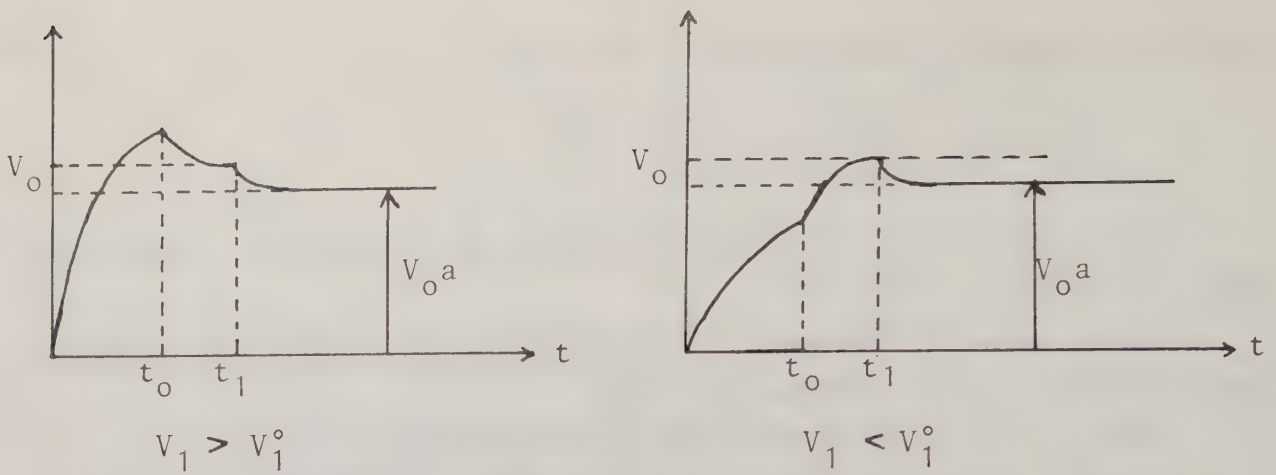
$$\left[\left(\frac{V_o}{p} - \bar{S} \right) K_o + \frac{V_1^o}{p} \right] G = Y \bar{S} + C_p \bar{S} - C S(t_1^+)$$

Or $V_1^o = \frac{Y_o}{G} V_o$, on en déduit

$$S = V_o \frac{K_o G + Y_o + C_p}{p(K_o G + Y + C_p)} = \frac{Y_o}{p} \frac{a + \tau p}{1 + \tau p}$$

avec : $\quad \quad \quad = \frac{C}{K_o G + Y} \quad \quad \quad \text{et} \quad \quad a = \frac{K_o G + Y_o}{K_o G + Y}$

d'où : $\quad S(t) = V_o a + (1-a) V_o \exp \left(-\frac{t-t_1}{\tau} \right)$



Le champ s'établit dès lors au niveau $V_0 a$.

On a par suite, une erreur statique :

$$V_0(1-a) = V_0 \frac{Y - Y_0}{G K_0 + Y}$$

Si on veut stabiliser le niveau avec une précision de $x \%$. Il faudra un gain statique K_0 tel que :

$$x \% = 100 \frac{1 - Y_0/Y}{\frac{G}{Y} K_0 + 1}$$

Application numérique

Pour obtenir le champ nominal 2,7 MV/m, il faut une puissance HF de 1,5 MW, d'où un signal $V_1^\circ \approx 12$ V. Si l'enfoncement de la petite boucle de détection est tel que la diode détecte $V_0 = 4$ volts, on a :

$$\frac{G}{Y_0} = \frac{V_0}{V_1^\circ} = \frac{1}{3}$$

D'autre part, un faisceau d'intensité 20 mA induit un champ moyen $E_b = 0,4$ MV/m.

$$\frac{V_b}{V_0} = 1 - \frac{Y_0}{Y} \approx \frac{E_b}{E_0} = \frac{0,4}{2,7} \approx 0,15$$

$$\frac{Y_0}{Y} = 0,85 \quad \text{d'où} \quad \frac{G}{Y} = \frac{G}{Y_0} - \frac{Y_0}{Y} = 0,30$$

Si on veut $x = 1 \%$, alors

$$\frac{G}{Y} K_0 + 1 = 15$$

$$K_0 = \frac{14}{0,3} \approx 50$$

Ce calcul nous a permis d'obtenir le gain K_0 nécessaire pour rattraper le niveau nominal permettant l'accélération, avec une bonne précision. Toutefois pour l'étude de la stabilité d'un tel servomécanisme, il faut passer à une autre analyse et faire des mesures de courbes de gain et de phase.

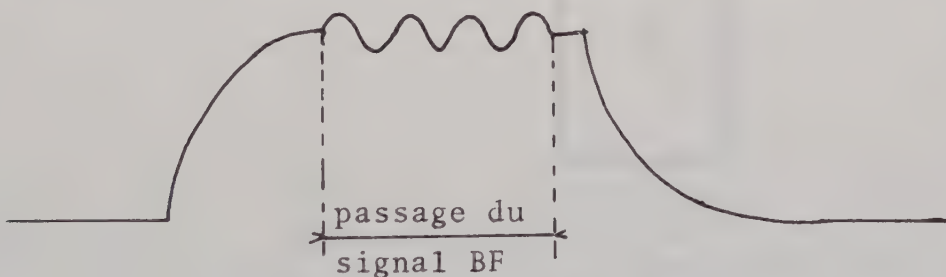
B.III - REALISATION ET ETUDE DE LA STABILITE

Avant de passer à la réalisation de la chaîne de régulation, on a tout d'abord fait des mesures pour obtenir les courbes de gain et de phase de la chaîne directe qui va de l'étage 10 kW de l'amplification de puissance à la sortie de la cavité : signal détecté.

1° - Courbes de gain et de phase de la chaîne directe

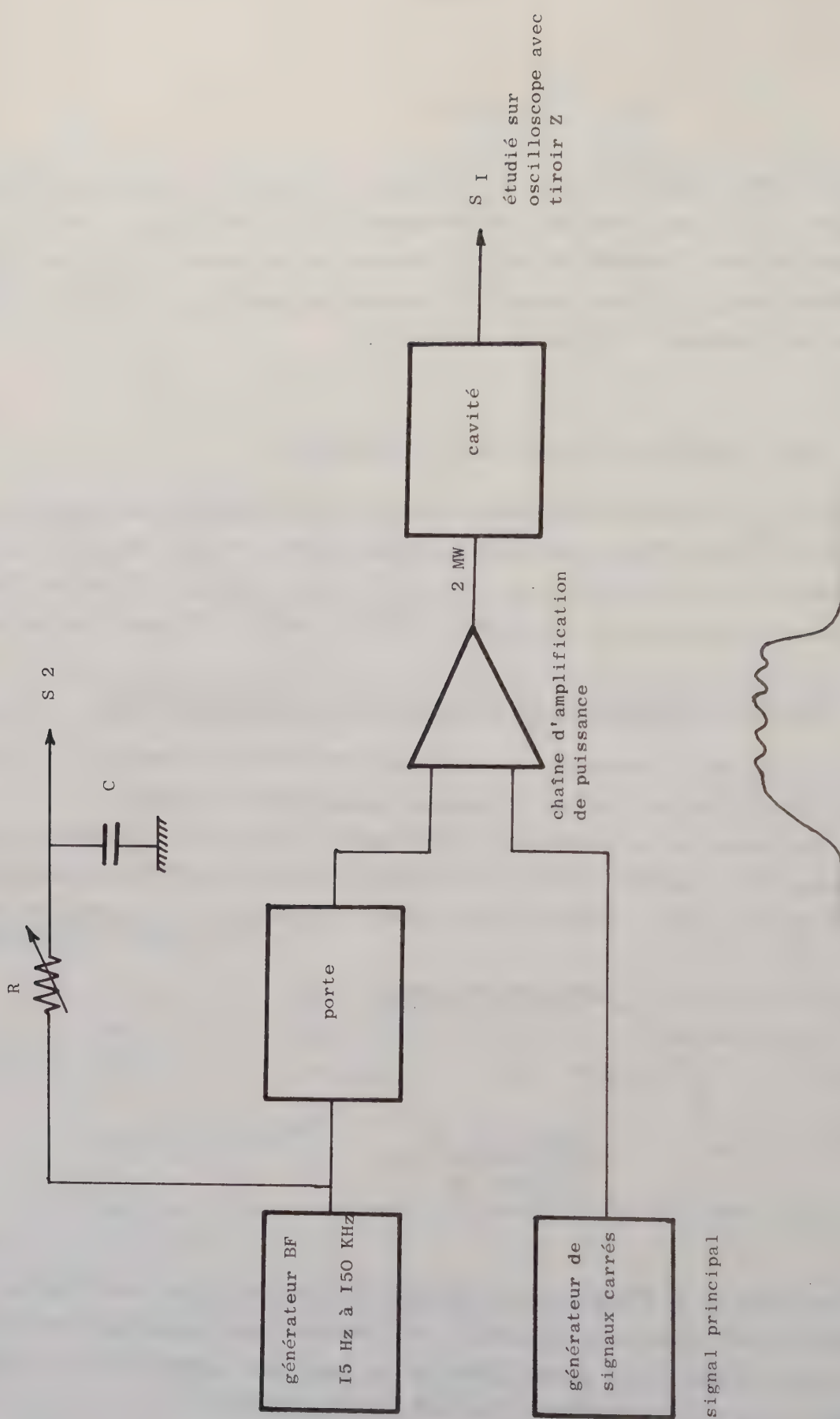
Utilisant le montage du schéma 3-B, on a pu tracer la courbe de gain (I.B) de la chaîne directe jusqu'à $f = 100$ kHz.

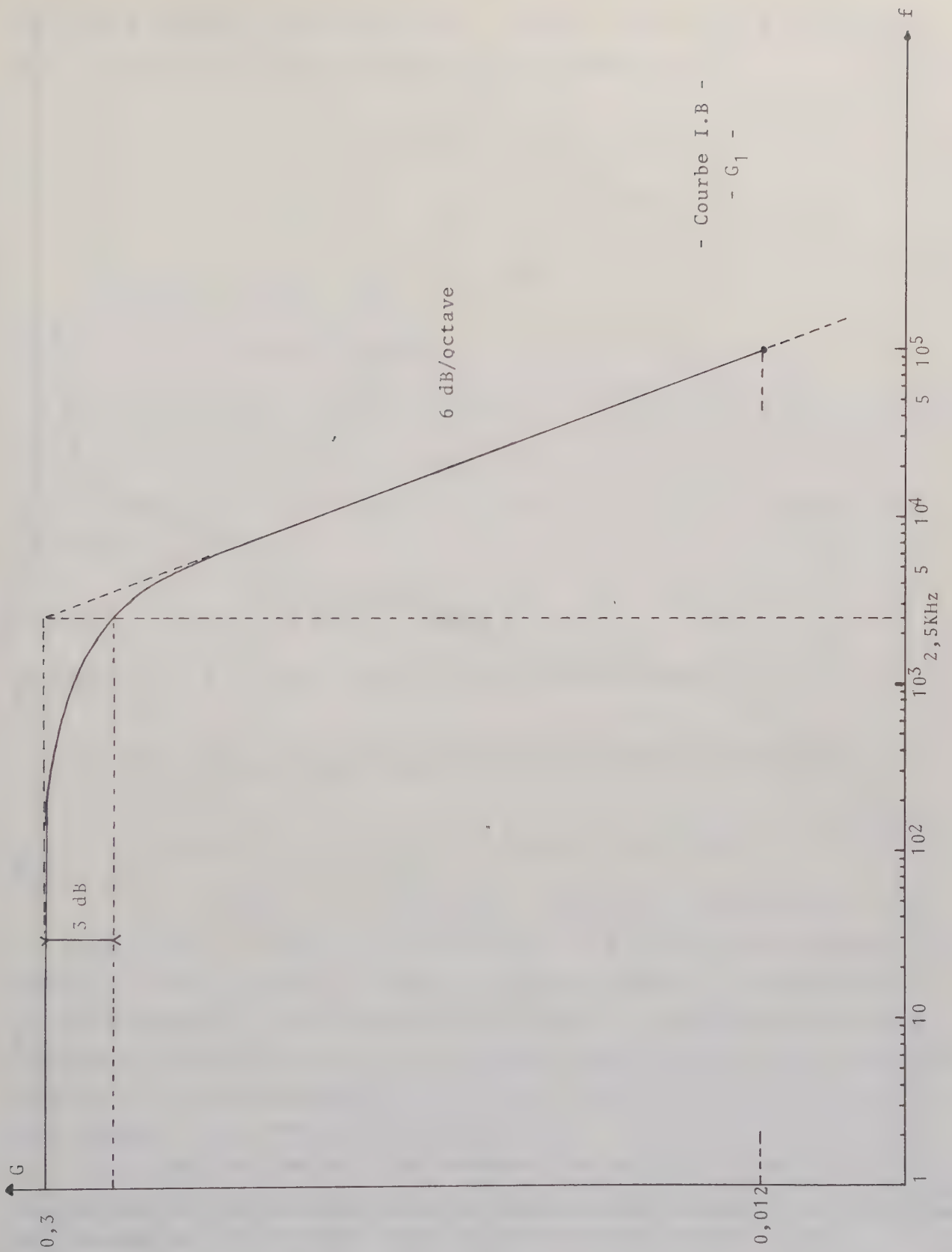
Pour cela on a superposé au signal principal provenant du générateur de signaux carrés, un signal sinusoïdal après passage par une porte. On a détecté alors dans la cavité le signal suivant :

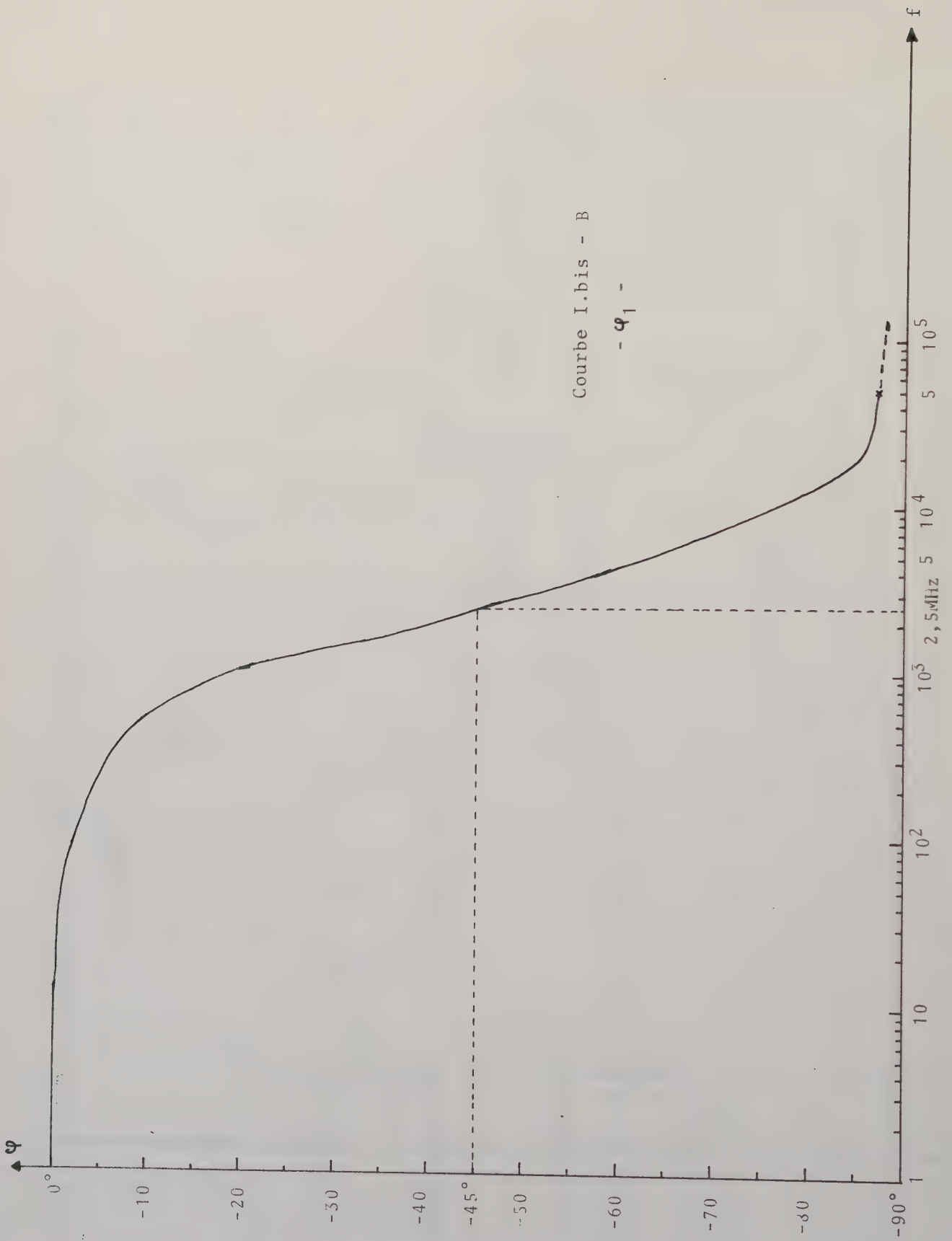


Un tiroir Z (Tektronix) permet une dilatation verticale sur un écran d'oscilloscope grâce à une tension de compensation et donne ainsi une vision plus détaillée de la portion supérieure du signal. Ce tiroir sera fréquemment utilisé par la suite.

On a pu aussi tracer la courbe de déphasage (I.bis.B) jusqu'à $f = 50$ kHz, en soustrayant au signal S_1 sortant de la cavité un signal S_2 sortant du générateur BF, mais déphasé auparavant par le







passage à travers un circuit R-C. On joue alors sur R jusqu'à ce que le signal de sortie devienne pratiquement plat.



Connaissant R et C, on a :

$$\phi = \text{Arctg } RC\omega$$

Les résultats obtenus permettent de constater que la fonction de transfert est du premier ordre avec une constante de temps de 65 μ s qui est en fait celle de la cavité en charge.

On peut par suite admettre que la fonction de transfert de la chaîne directe est :

$$\frac{1}{3} \frac{1}{1 + 65 \cdot 10^{-6} j(2\pi f)}$$

puisque $\frac{G}{Y_0} = \frac{1}{3}$ (voir application numérique (B.II,2)).

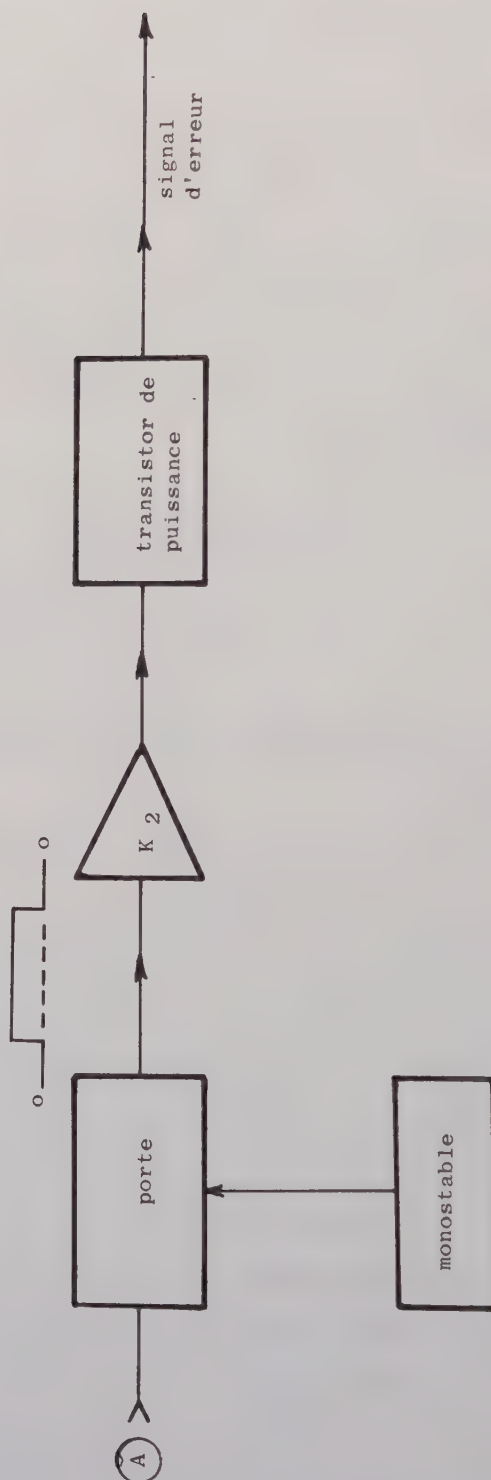
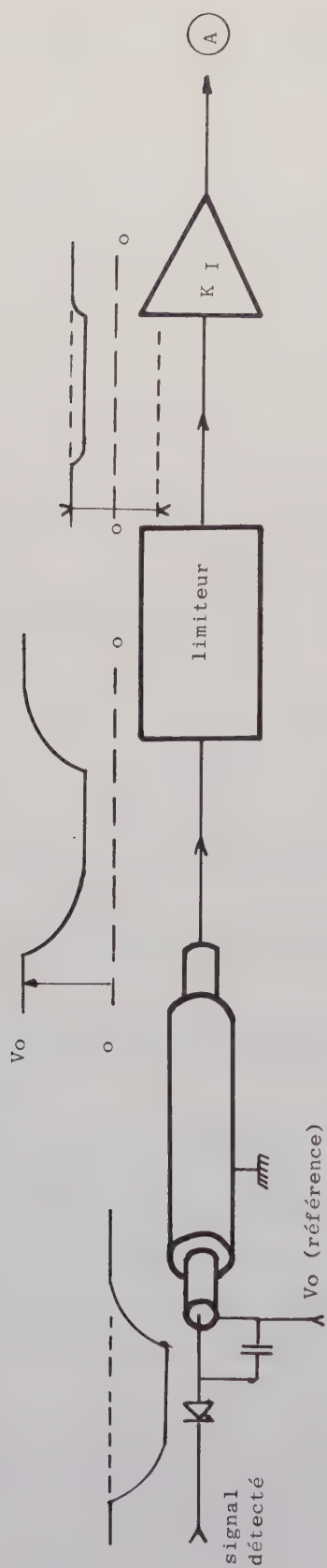
2° - Réalisation de la chaîne d'asservissement et étude de la stabilité

Le schéma 4.B nous donne le schéma synoptique de réalisation de la chaîne d'asservissement.

Pour permettre la comparaison entre le signal détecté dans la cavité et la tension de référence, on a utilisé le blindage interne du câble coaxial blindé. Le signal détecté est obtenu dans le sens négatif ; la tension de référence V_0 est appliquée sur le blindage interne du câble, le blindage externe étant à la masse du circuit. Le signal détecté à la sortie du câble est porté à $+V_0$ par rapport à la masse du circuit.

- Le limiteur permet de découper la partie du signal située à l'intérieur d'une certaine fourchette compatible avec le niveau de saturation du premier amplificateur opérationnel K_1 .

- La porte, commandée par un monostable, ne laisse passer qu'une portion du signal qui, amplifiée par l'amplificateur opérationnel donne le signal d'erreur par l'intermédiaire d'un transistor de puissance.



Ce signal est ajouté au signal principal d'attaque de l'étage 10 kW de l'amplification de puissance. (l'annexe IV donne le détail des composants électroniques utilisés dans les montages de chacun des organes).

Résultats - (en absence de faisceau)

Des photos du signal détecté dans la cavité, prises à différents niveaux de régulation font apparaître alors une réponse oscillatoire.

La photo 1.B montre le cas de la cavité sur-compensée. La photo 2.B, celui de la cavité sous-compensée.

Ces deux photos ont été prises grâce à un tiroir Z qui permet de dilater la partie supérieure du signal.

On constate ainsi une oscillation à la fréquence de 25 kHz. Cette oscillation peut être expliquée par l'étude des courbes de gain et de phase de la chaîne de retour. On utilise pour cela un oscilloscope double-canon et grâce à un déclenchement commun des signaux d'entrée et de sortie, on a pu obtenir ces courbes.

(courbes II et II.bis) - (Gain statique = 46).

En combinant les courbes I - I.bis et II - II.bis, on peut alors tracer la fonction de transfert en boucle ouverte du régulateur dans le plan de Nyquist.

La courbe III montre la partie intéressante, à savoir celle située au voisinage du point critique. On voit bien que la fréquence la plus proche du point (-1) est d'environ 25 kHz.

Elimination des oscillations

Cette élimination se fait en utilisant la méthode de compensation par avance de phase [2].

Le principe de cette méthode consiste, théoriquement, à éloigner la courbe représentative de la fonction de transfert en boucle ouverte du point critique (-1) dans le plan de Nyquist.

Pratiquement, cela se fait en insérant dans la chaîne d'asservissement, un réseau correcteur comprenant un filtre passe-haut suivi d'un amplificateur opérationnel.

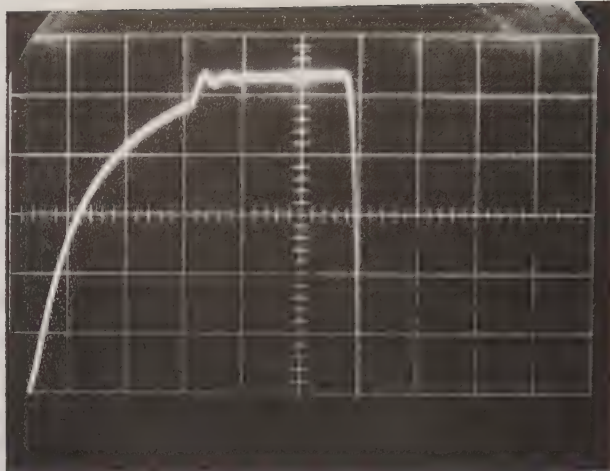


Photo 1.B

100 μ s/division

0,1 volt/division

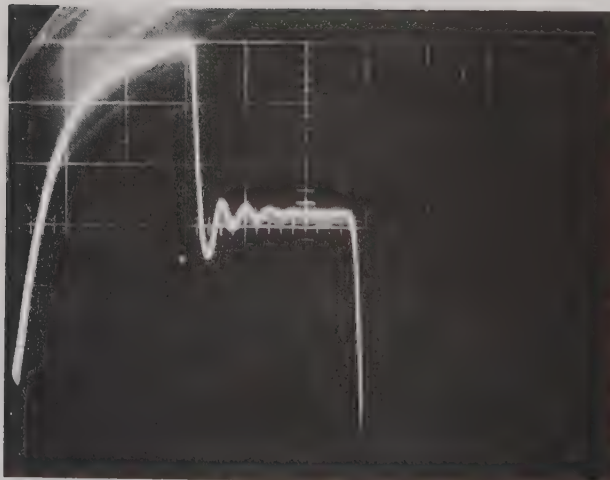
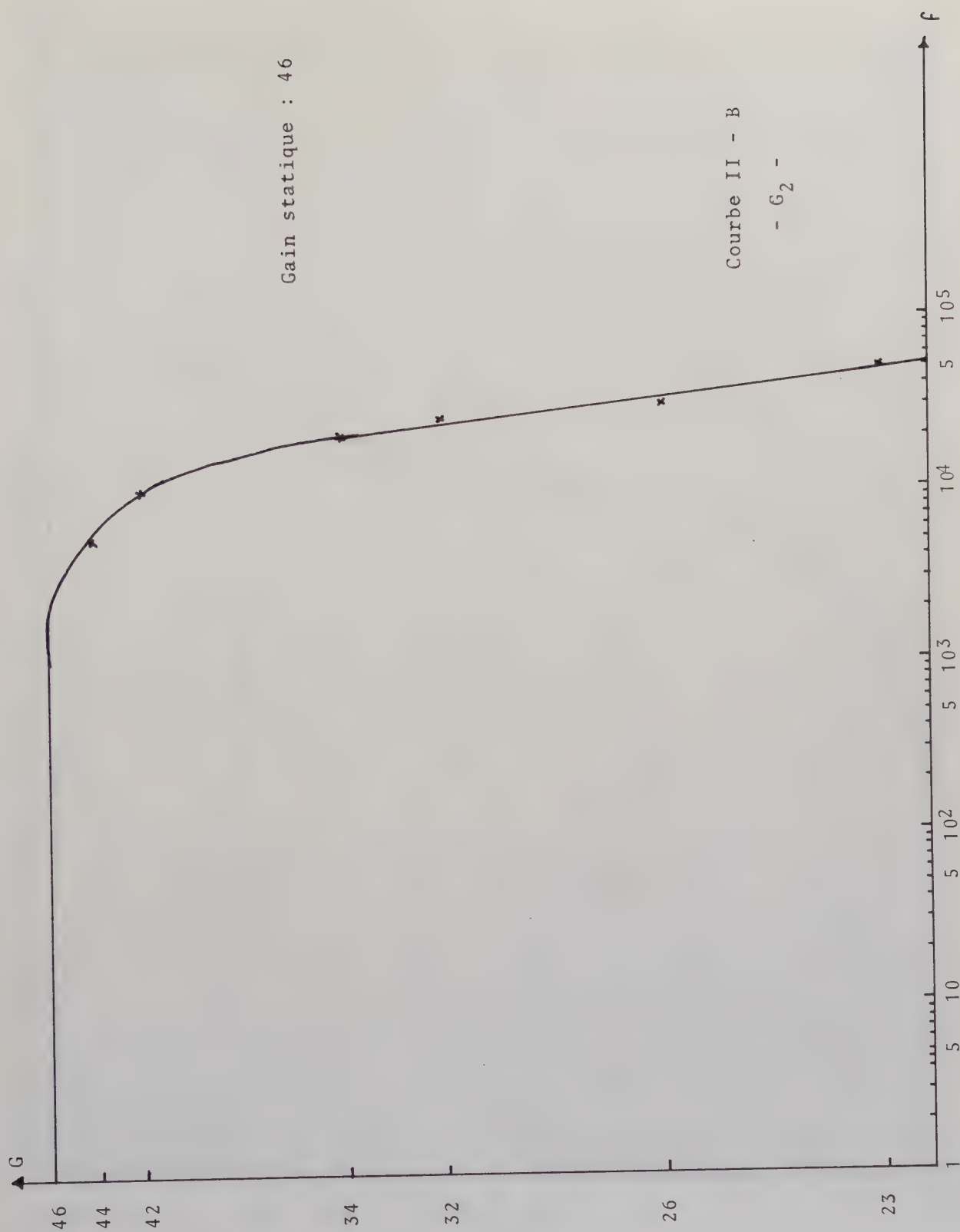
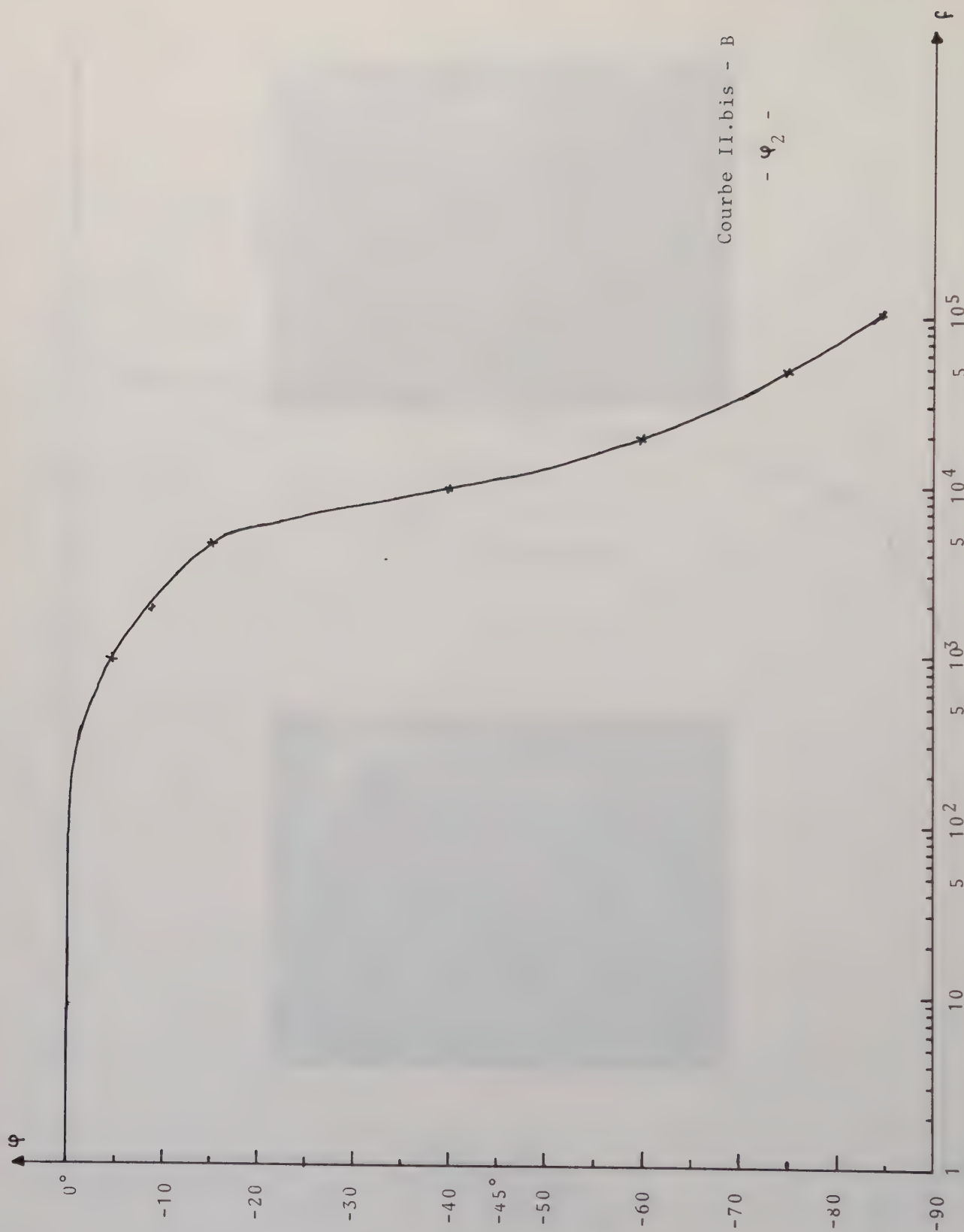


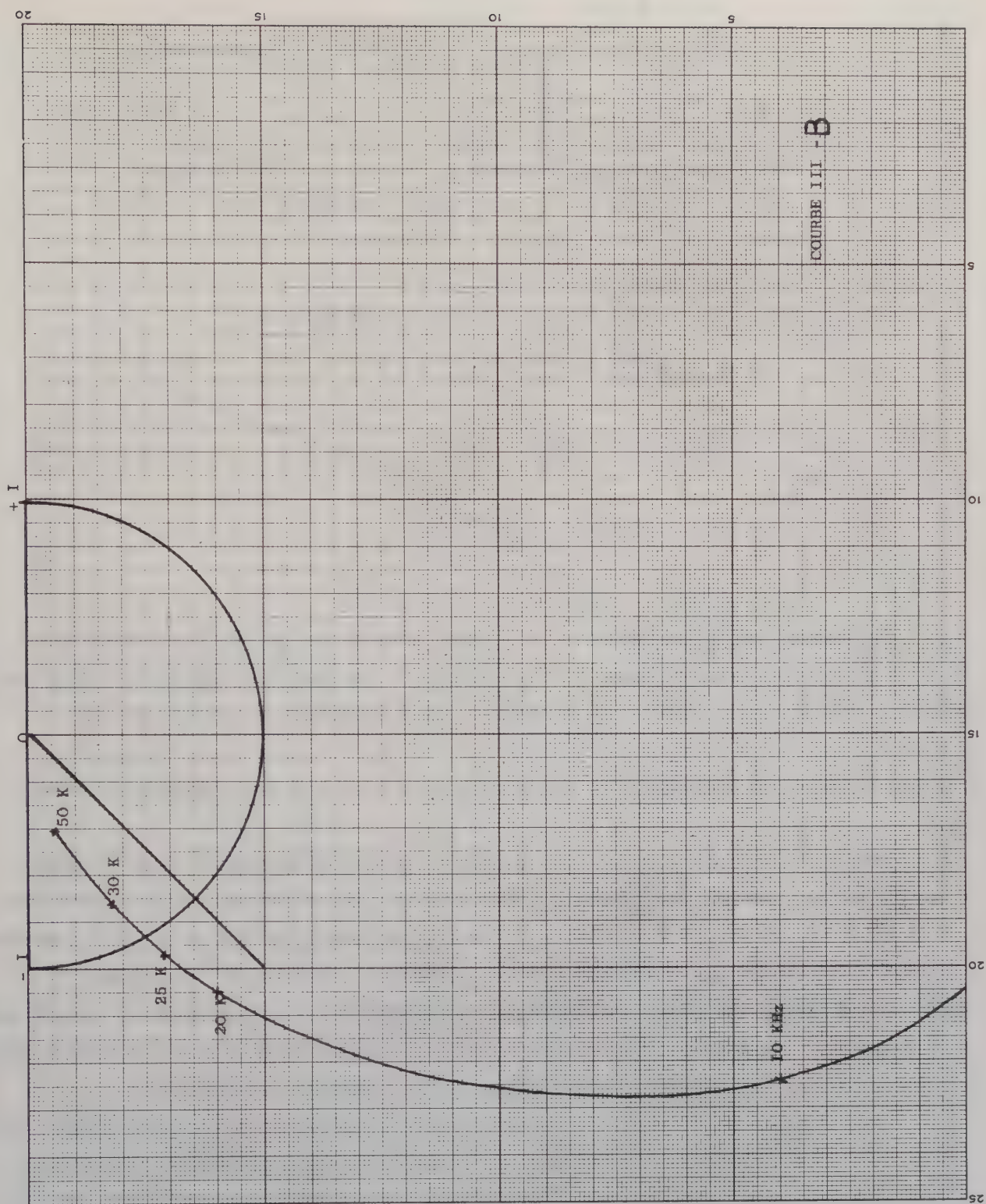
Photo 2.B

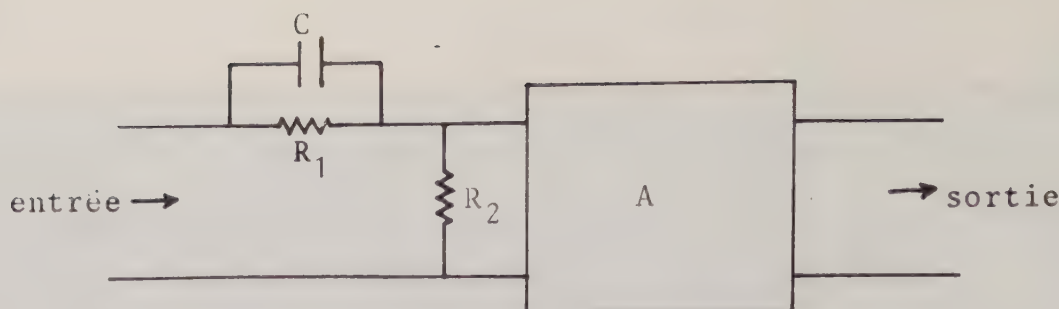
100 μ s/division

0,1 volt/division









On obtient alors la fonction de transfert :

$$\frac{A}{a} \frac{1 + a T_p}{1 + T_p}$$

où A = gain de l'amplificateur

$$T = \frac{R_1 R_2 C}{R_1 + R_2}$$

$$a = 1 + \frac{R_1}{R_2}$$

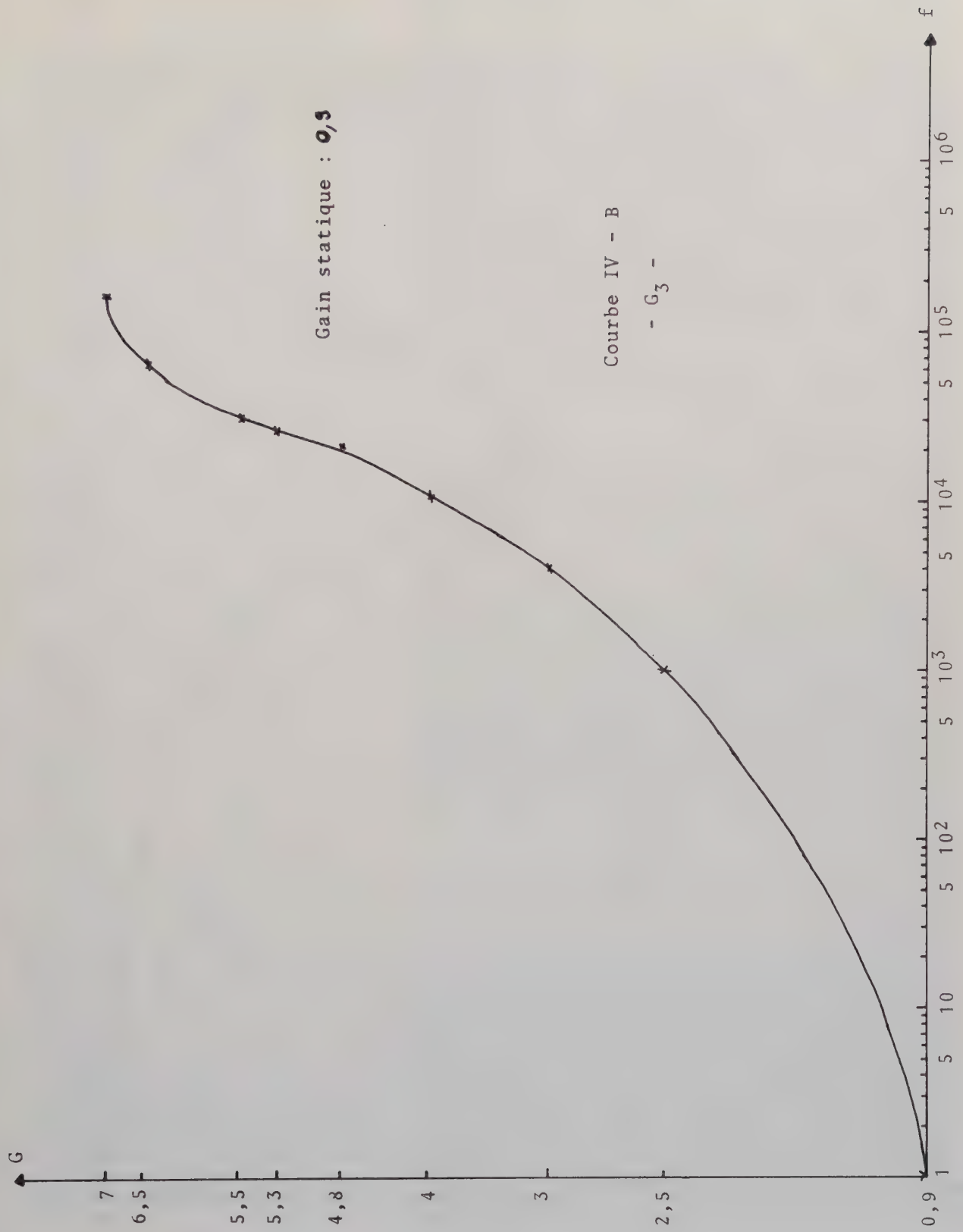
On prend en général $A = a$, pour avoir un gain 1 en continu.

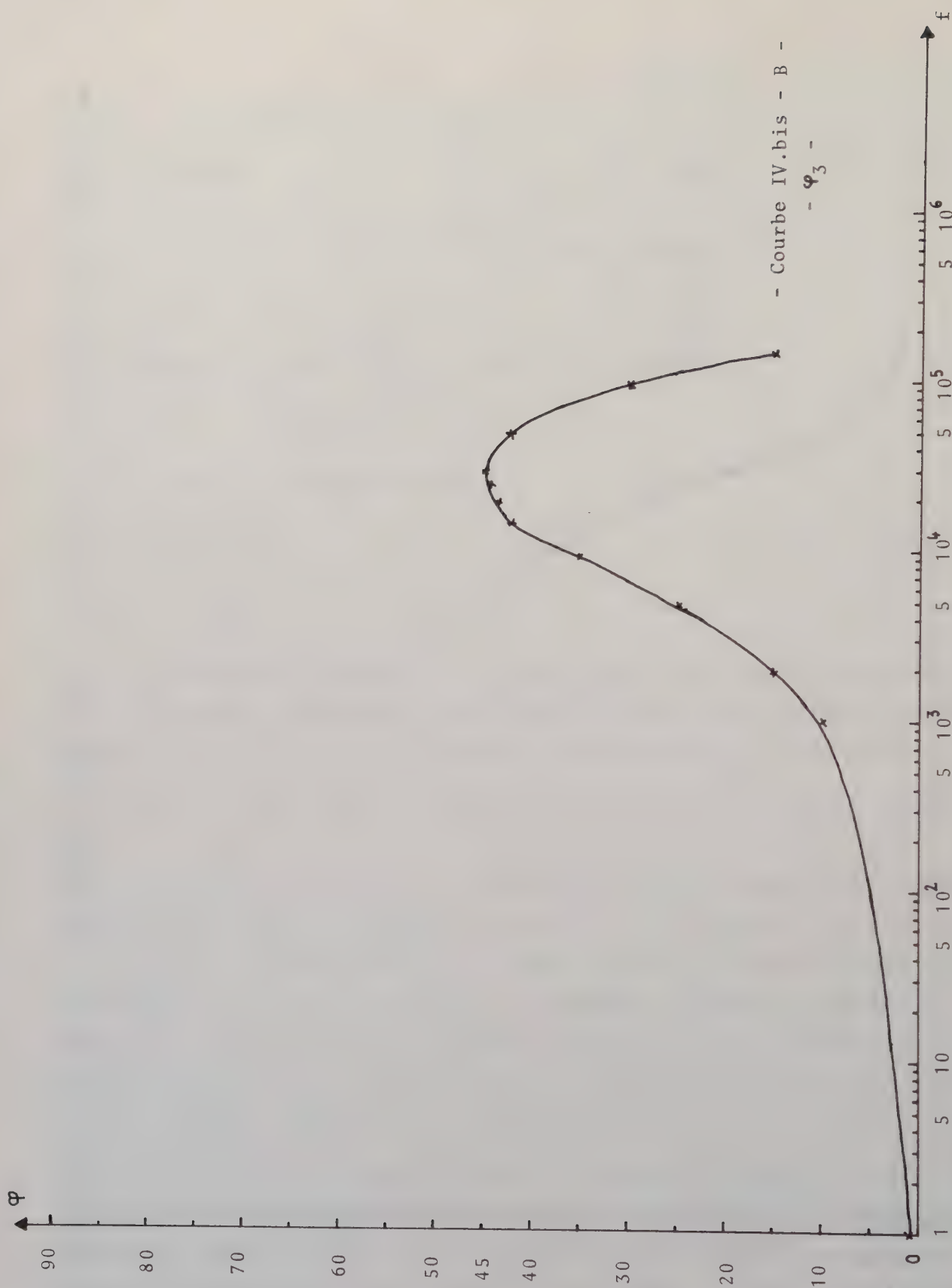
Le réseau correcteur a été placé à la sortie du câble coaxial blindé. De ce fait, on a dû prévoir un limiteur à l'entrée du filtre.

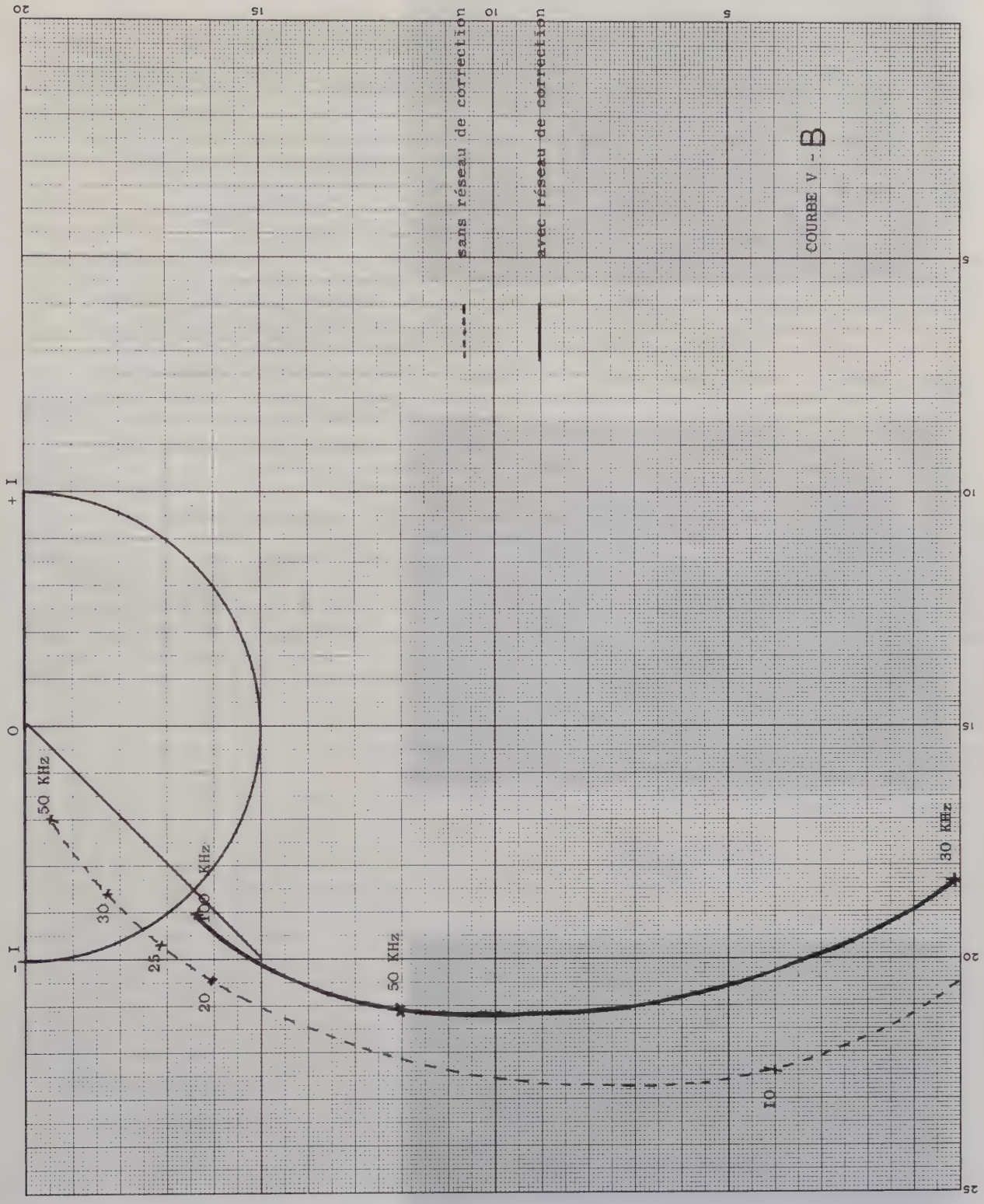
(On peut voir en annexe IV, le montage détaillé du réseau correcteur).

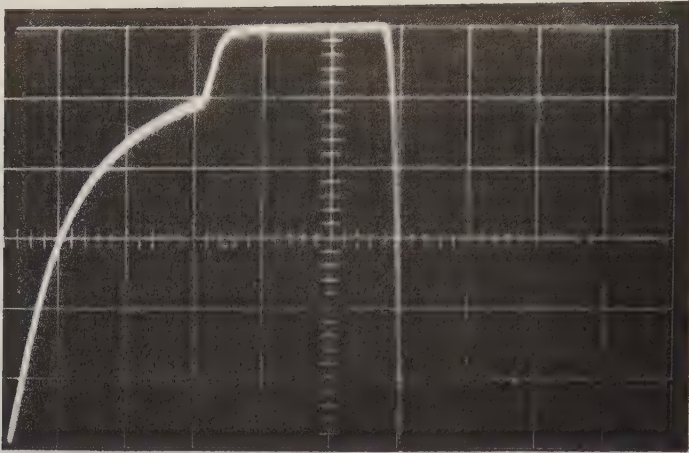
Les courbes IV et IV bis donnent respectivement les courbes de gain et de phase du réseau correcteur. En combinant les courbes I - I.bis, II - II.bis et IV - IV.bis, on peut construire la courbe représentative de la fonction de transfert en boucle ouverte du régulateur dans le plan de Nyquist (courbe V). On constate alors que la fréquence la plus proche du point critique est d'environ 100 kHz, avec une marge de phase plus grande que dans la courbe III.

Les photos 3 et 4.B montrent bien la disparition des oscillations dans le signal détecté dans la cavité que celle-ci soit sur-compensée ou sous-compensée. Toutefois, à la sortie de l'étage de puissance 2 MW, l'onde incidente détectée à l'aide d'un coupleur directif présente des oscillations à 100 kHz de faible amplitude au moment de l'ouverture de la porte (voir photo 5.B de la partie supérieure de l'onde incidente). Ces oscillations sont filtrées par la cavité.



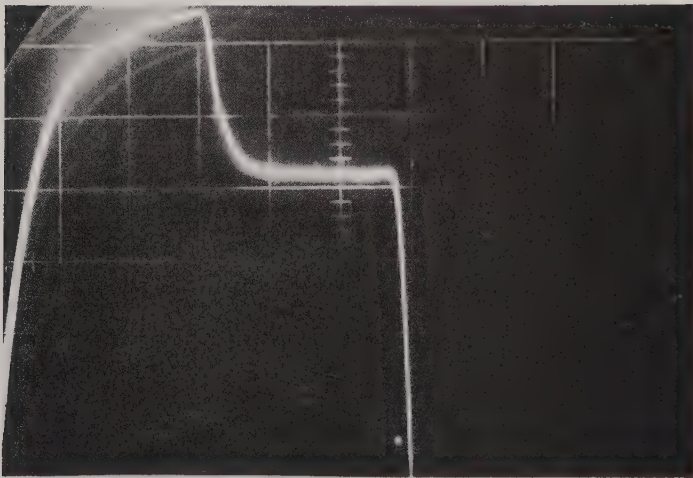






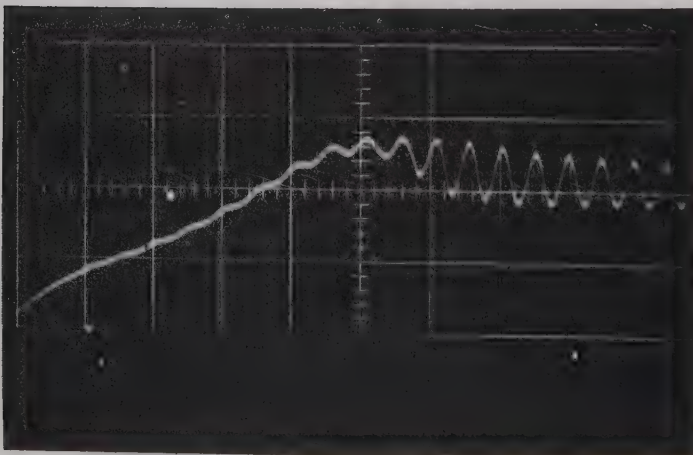
100 μ s/division
0,1 volt/division

Photo 3.B



100 μ s/division
0,1 volt/division

Photo 4.B



20 μ s/division
0,05 volt/cm

Photo 5.B

B.IV - RESULTATS GENERAUX EN PRESENCE DU FAISCEAU

Dans ce paragraphe, on étudie l'amélioration apportée par le régulateur sur le niveau HF quand la cavité est chargée par le faisceau et sur le comportement de ce dernier.

1° - Stabilité du niveau HF

Les photos qui sont présentées ici ont été prises avec un faisceau de 20 mA.

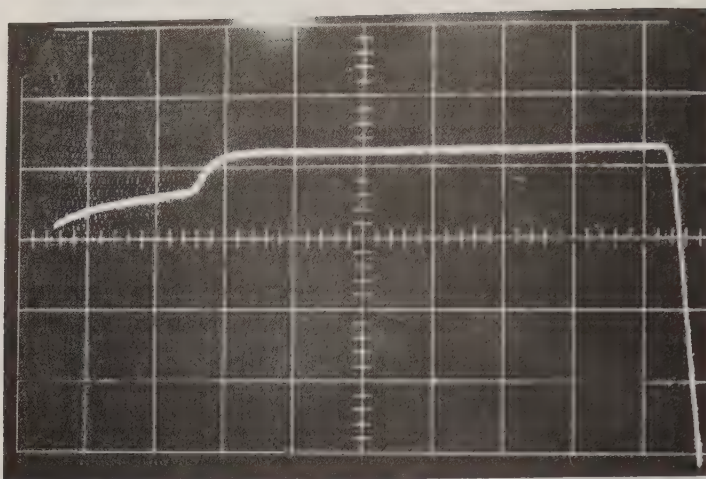
La photo 6.B donne le niveau du champ en présence de régulation, mais en absence de faisceau.

La photo 7.B montre la charge de la cavité par le faisceau quand il n'y a pas régulation.

La photo 8.B permet de voir la compensation de la charge obtenue grâce à la régulation.

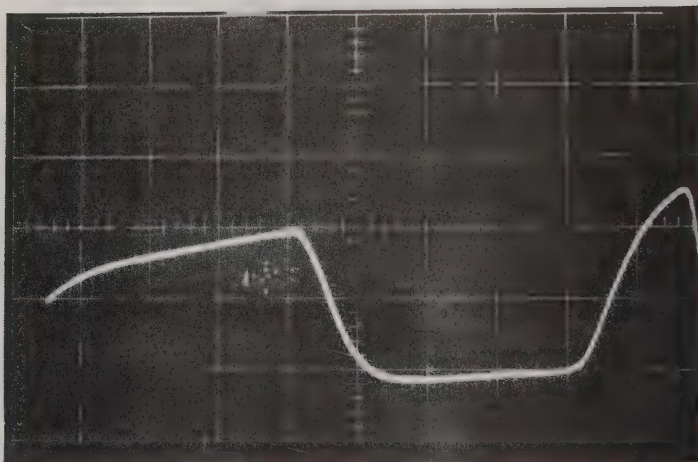
On constate bien que la régulation ne permet pas de rattraper tout à fait le niveau nominal.

Cependant la photo 9.B, qui montre le signal entier détecté dans la cavité, indique qu'une bonne partie de la charge est éliminée.



100 μ s/division
0,2 volt/division

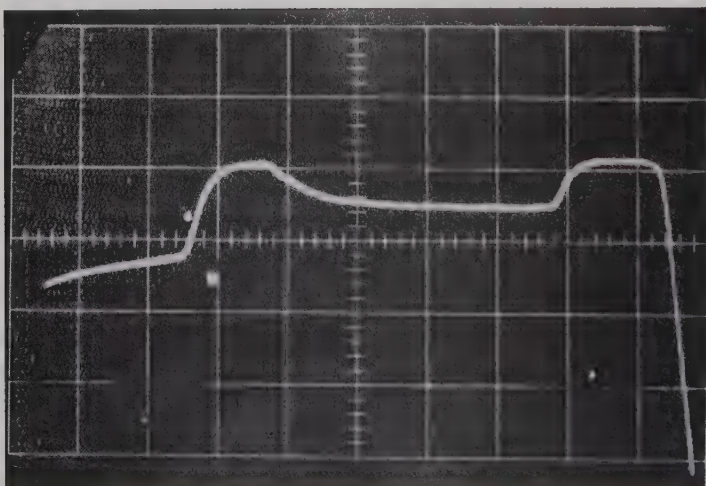
Photo 6.B



faisceau : 20 mA

sans régulation

Photo 7.B



avec régulation

Photo 8.B

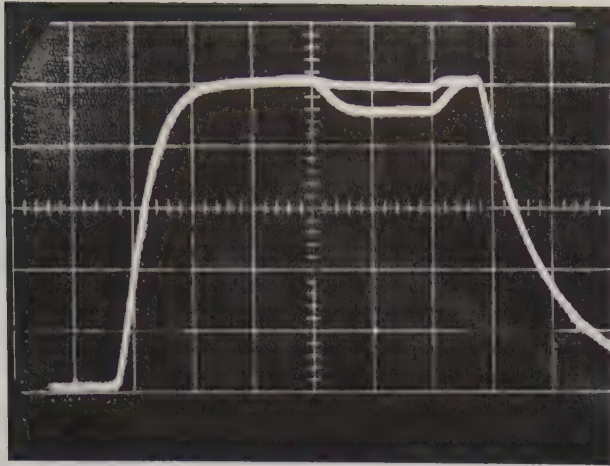


Photo 9.B

200 μ s/division

amplitude de l'impulsion : 6 volts

(1 volt/division, décalibré)

Quelle est la précision obtenue en référence au paragraphe (B.II,2 : application numérique) ?

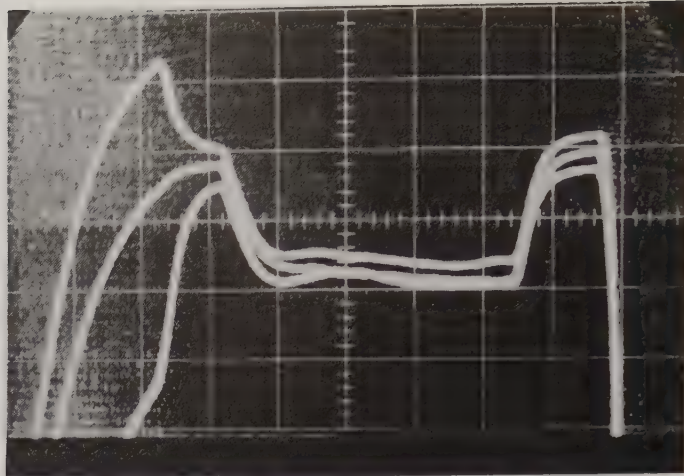
L'impulsion détectée dans la cavité a une amplitude V_0 de 6 volts. La charge résiduelle du faisceau $V_0 (1-a)$ est d'environ 0,1 volt. Soit une précision :

$$\frac{0,1}{6} \approx 2 \%$$

Compte tenu du gain statique $46 \times 0,9 = 42$ (voir courbes II et IV) de l'amplification en tension du signal d'erreur, on a bien la précision attendue.

La photo 10.B montre que malgré les fluctuations de l'impulsion HF, la stabilité du niveau de champ en présence du faisceau est assez bonne.

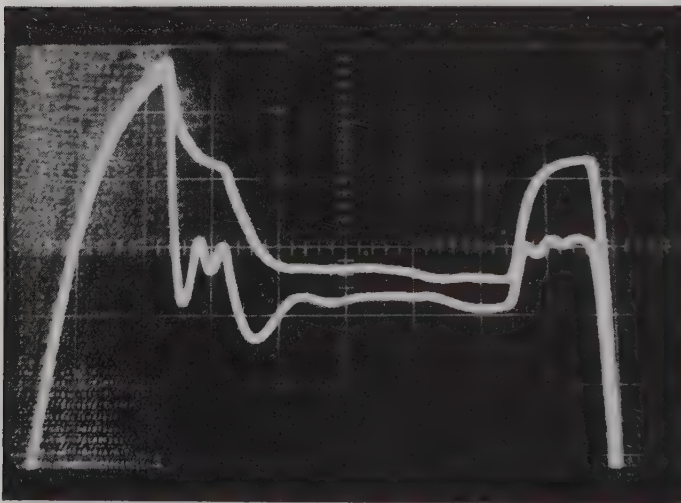
100 μ s/division
0,1 volt/division



niveau
régulé

Photo 10.B

La photo 11.B permet de voir qu'en absence de réseau de correction, les oscillations à 25 kHz peuvent être désagréables quant au comportement du faisceau.



En haut :
avec réseau de
correction
En bas :
sans réseau de
correction

Photo 11.B

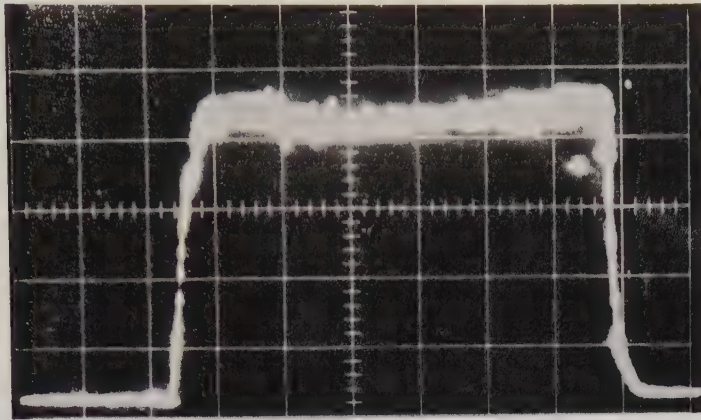
2° - Comportement du faisceau

Ici, les photos ont été prises avec un faisceau de 25 mA.

Les photos 12 et 13.B permettent d'étudier la stabilité du niveau d'intensité pendant la durée du faisceau, grâce à un transformateur d'intensité situé à la sortie de l'injecteur.

En absence de régulation, l'intensité du faisceau chute d'un bon quart de son niveau. Avec le régulateur, le niveau d'intensité est maintenu pratiquement constant.

sans
régulation



50 μ s/division

Photo 12.B

avec
régulation

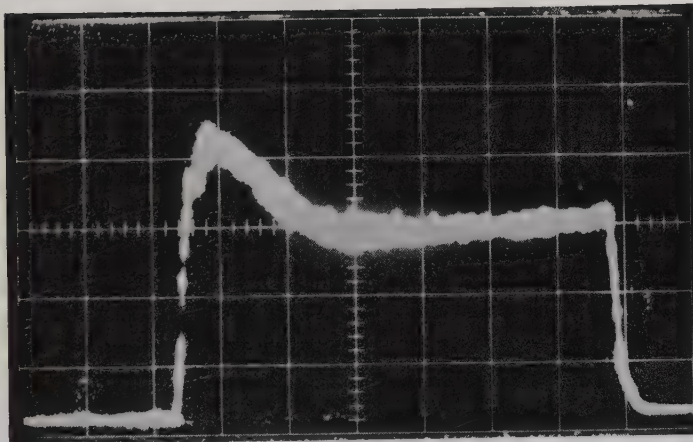


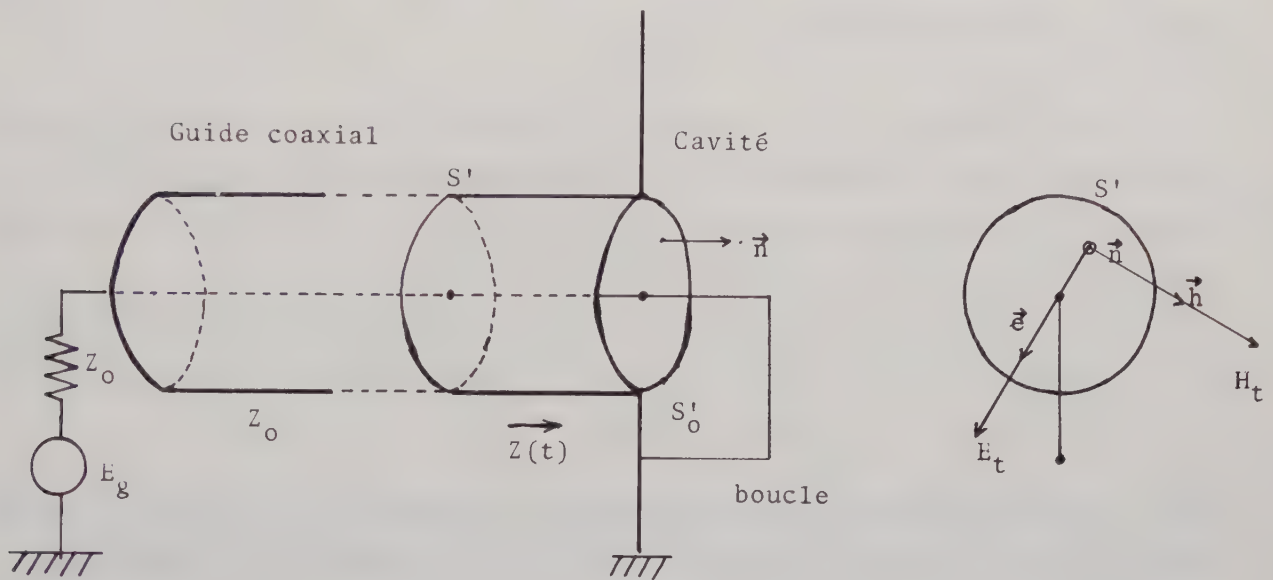
Photo 13.B

A N N E X E S

Annexe I

$$\text{Calcul de } \int_{S'} (\vec{H} \wedge \vec{E}_n) \cdot \vec{n} \, ds'$$

On considère l'ensemble câble coaxial d'alimentation-boucle-cavité :



S'_0 est la surface d'intersection géométrique du câble coaxial et de la cavité.

S' est une surface transversale qui, par convention, sépare le guide d'onde de la cavité. S' est choisie assez éloignée de S'_0 , de telle sorte que les perturbations dues à la boucle d'injection soient négligeables au niveau de S' et que dans les calculs seul, le mode de propagation coaxiale TEM intervienne. S' correspond alors à une partie non-conductrice des parois de la cavité. ($\vec{n}$: vecteur normal de S').

Dans le calcul de l'intégrale $\int_{S'} (\vec{H} \wedge \vec{E}_n) \cdot \vec{n} \, ds'$, en toute rigueur, il faut faire intervenir l'ensemble des champs tangentiels normalisés des modes du guide d'ondes :

- d'une part, le mode de propagation coaxial TEM
- d'autre part, les modes des ondes guidées qui, ici sont des modes atténués et donc ne transmettent pas de puissance.

On verra, en annexe I.bis, comment un choix adéquat de S' permet de ne faire intervenir dans le calcul que le seul mode de propagation.

Soient $\vec{e}$ et $\vec{h}$, les champs électrique et magnétique normalisés du mode de propagation.

$$\int_{S'} \vec{e} \cdot \vec{e} \, ds' = 1 \qquad Z_0^2 \int_{S'} \vec{h} \cdot \vec{h} \, ds' = 1$$

Z_0 est l'impédance caractéristique du mode.

$\vec{e}$ et $\vec{h}$ sont reliés par :

$$Z_0 \vec{h} = \vec{n} \wedge \vec{e} \qquad (I.1)$$

On rappelle ici l'hypothèse préalable qui est faite dans le texte principal, à savoir que l'onde incidente $\vec{H}_i = H_0 e^{j\omega t} \vec{h}$ imposée par le générateur est constante du fait que ce dernier est adapté à la ligne coaxiale d'alimentation.

Au niveau de la surface S' , le champ électrique $E_n(S')$ du mode n de la cavité est raccordé au champ e par :

$$\vec{E}_n(S') = U_n \vec{e} \qquad (I.2)$$

où U_n est un facteur de raccordement indépendant du temps. Cette relation est vraie au niveau de S' pour le mode de propagation, elle reste encore vraie en moyenne s'il subsiste de faibles perturbations de champ dues à la boucle.

Sur la surface S' , le champ magnétique résultant peut s'écrire

$$\vec{H}_t = I(t) Z_0 \vec{h} \qquad (I.3)$$

où $I(t)$ est un coefficient dépendant du temps.

De (I.2) et (I.3), on tire :

$$\int_{S'} (H_t \wedge E_n) \cdot \vec{n} \, dS' = I(t) \cdot U_n \qquad (I.4)$$

D'autre part, $\vec{H}_t$ est la résultante d'un champ incident :

$$\vec{H}_i = H_0 \vec{h} e^{j\omega t}$$

et d'un champ réfléchi :

$$\vec{H}_r = - H_0 R(t) \vec{h} e^{j\omega t}$$

$$\text{d'où :} \qquad H_t = H_0 \vec{h} [1 - R(t)] e^{j\omega t} \qquad (I.5)$$

$R(t)$ est le coefficient de réflexion en S' .

$$R(t) = \frac{Z(t) - Z_0}{Z(t) + Z_0} \quad (I.6)$$

$Z(t)$ est l'impédance d'entrée de la cavité, cette impédance est une fonction inconnue du temps.

On tire de (I.3) et (I.6) :

$$I(t) = \frac{H_0 [1 - R(t)]}{Z_0} e^{j\omega t} \quad (I.7)$$

Or on a aussi, en S' , un champ électrique résultant tel que

$$Z(t) \vec{H}_t = \vec{n} \wedge \vec{E}_t \quad (I.8)$$

De plus, par continuité, $\vec{E}_t$ doit vérifier

$$\vec{E}_t = \sum_K V_K(t) \vec{E}_K(S') = \vec{e} \sum_K V_K(t) U_K \quad (I.9)$$

K est un indice de sommation portant sur les modes de la cavité. Par suite, on en déduit :

$$I(t) = \frac{1}{Z(t)} \sum_K V_K(t) U_K \quad (I.10)$$

En utilisant la relation (I.6), on peut éliminer $R(t)$ et $Z(t)$, de (I.7) et (I.10), qui sont inconnues pour aboutir à :

$$I(t) = \frac{1}{Z_0} (2 H_0 e^{j\omega t} - \sum_K V_K(t) U_K)$$

Finalement :

$$\int_{S'} (\vec{H}_t \wedge \vec{E}_n) \cdot \vec{n} \, ds' = \frac{U_n}{Z_0} (2 H_0 e^{j\omega t} - \sum_K V_K(t) \cdot U_K)$$

Annexe I - bis

On suppose tout d'abord que le câble d'alimentation est droit, c'est-à-dire qu'il ne présente pas de coudes susceptibles de produire un couplage entre les modes atténués.

Soit j l'indice désignant le mode j du guide d'ondes constitué par le câble coaxial d'alimentation.

$\vec{e}_j$ et $\vec{h}_j$ sont les champs tangentiels électrique et magnétique normalisés du guide d'ondes.

$$\int_{S'} \vec{e}_j \cdot \vec{e}_j \, dS' = 1 \quad Z_{oj}^2 \int_{S'} \vec{h}_j \cdot \vec{h}_j \, dS' = 1$$

$\vec{e}_j$ et $\vec{h}_j$ sont reliés par $Z_{oj} \vec{h}_j = \vec{n} \wedge \vec{e}_j$.

Z_{oj} est l'impédance caractéristique du mode j dans le guide.

Le champ $\vec{E}_n(S')$ est alors raccordé aux $\vec{e}_j$ par une sommation :

$$\vec{E}_n(S') = \sum_j U_{nj} \vec{e}_j$$

où U_{nj} sont des coefficients indépendants du temps.

Le champ H_t résultant au niveau de S' peut s'écrire

$$\vec{H}_t = \sum_j I_j(t) Z_{oj} \vec{h}_j$$

Les I_j sont des fonctions du temps.

On peut par suite calculer l'intégrale :

$$\int (\vec{H}_t \wedge \vec{E}_n) \cdot \vec{n} \, dS' = \sum_j I_j(t) U_{nj}$$

On ne fait intervenir dans ce calcul que les modes classiques TEM, TE, TM. Aussi peut-on considérer que les U_{nj} sont des nombres réels. 3)

Si on déplace S' en-deça de la boucle d'injection, le long du guide, la valeur des U_{nj} varie comme une fonction périodique pour le mode de propagation et comme une fonction rapidement atténuée

3) On ne tient pas compte de l'existence possible de modes de type longitudinal.

pour les autres modes. On choisit S' de telle sorte que la sommation

$$\sum_j I_j(t) U_{nj}$$

portant sur les modes atténués soit négligeable, et dès lors :

$$\sum_j I_j U_{nj} \approx I(t) \cdot U_n$$

$I(t)$ et U_n correspondant au mode de propagation. C'est ce que l'on trouve en annexe I (I.4), quand on ne fait pas intervenir les modes autres que le mode de propagation coaxial du guide.

Annexe II

Résolution de l'équation

$$\frac{d^2 V_o(t)}{dt^2} + (1+ja_o) \frac{\omega_o}{Q_o} \frac{d}{dt} V_o(t) + \omega_o^2 V_o(t) = A U_o e^{j\omega_o' t} u(t)$$

où $u(t)$ est la fonction-échelon d'Heaviside

$$V_o(0) = \frac{d}{dt} V_o(0) = 0$$

et
$$\omega_o' = \omega_o \left(1 - \frac{1}{2Q_{oo}}\right)$$

Si on applique la transformation de Laplace, on obtient :

$$p^2 \bar{V}_o + (1+ja_o) p \bar{V}_o + \omega_o^2 \bar{V}_o = \frac{A U_o}{p - j \omega_o'}$$

d'où :

$$\bar{V}_o = \frac{A U_o}{\left[p^2 + (1+ja_o) \frac{\omega_o}{Q_o} p + \omega_o^2\right] (p - j \omega_o')}$$

On met cette expression sous une forme telle qu'on puisse utiliser une table des transformées de Laplace.

On pose : $\xi = - \frac{1}{j \omega_o'}$

$$z = (1+ja_o) \frac{1}{2Q_o} \quad \text{avec } a_o = \frac{Q_o}{Q_{oo}}$$

$$B = - \frac{A U_o}{j \omega_o' \omega_o^2}$$

Alors :

$$\bar{V}_o = \frac{B}{(1 + \xi p) \left[1 + \frac{2z}{\omega_o} p + \frac{p^2}{\omega_o^2}\right]}$$

La table donne :

$$V_o(t) = \frac{B \xi \omega_o^2}{(1-2z \xi \omega_o + \xi^2 \omega_o^2)} \left[e^{j\omega_o t} - e^{-z\omega_o t} \cos \omega_o t \sqrt{1-z^2} \right] \\ + \frac{B \omega_o (1-\xi z \omega_o) e^{-z\omega_o t} \sin \omega_o t \sqrt{1-z^2}}{\sqrt{1-z^2} (1 - 2z \xi \omega_o + \xi^2 \omega_o^2)}$$

Dans le cas d'une cavité accélératrice

$$\frac{1}{Q_{oo}} \ll 1 \quad |z^2| \ll 1$$

par suite :

$$1 - 2z \xi \omega_o + \xi^2 \omega_o^2 = 1 - 2(1+j a_o) \frac{1}{Q_o} \xi \omega_o + \xi^2 \omega_o^2 \\ = 1 - \left(1+j \frac{Q_o}{Q_{oo}}\right) \frac{1}{Q_o} \frac{j}{1 - \frac{1}{2Q_{oo}}} - \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{2Q_{oo}}\right)^2} \\ \approx 1 - \left(1+j \frac{Q_o}{Q_{oo}}\right) \frac{1}{Q_o} j \left(1+\frac{1}{2Q_{oo}}\right) - \left(1+\frac{1}{Q_{oo}}\right) \approx \frac{1}{jQ_o}$$

Si on néglige les termes du second ordre en $\frac{1}{Q_{oo}}$; il en résulte :

$$V_o(t) \approx B \xi \omega_o^2 j Q_o \left[e^{j\omega_o t} - e^{-z\omega_o t} \cos \omega_o t \right] \\ + B \omega_o j Q_o (1 - \xi z \omega_o) e^{-z\omega_o t} \sin \omega_o t$$

On peut écrire :

$$z = \frac{1}{2Q_o} + \frac{j}{2Q_{oo}}$$

d'où :

$$V_o(t) \approx B \xi \omega_o^2 j Q_o \left[e^{j\omega_o t} - e^{-z\omega_o t} \cos \omega_o t - j e^{-z\omega_o t} \sin \omega_o t \right. \\ \left. - \frac{1}{2Q_o} \sin \omega_o t \times e^{-z\omega_o t} \right]$$

et finalement :

$$V_o(t) = \frac{A U_o Q_o}{j \omega_o'^2} \left[\left(1 - e^{-\frac{\omega_o'}{2Q_o} t} \right) e^{j\omega_o' t} + \frac{\sin \omega_o t}{2Q_o} e^{-\frac{\omega_o'}{2Q_o} (1+j a_o) t} \right]$$

Annexe III

Valeurs numériques relatives à la charge de la cavité
par le faisceau dans l'injecteur de Saturne

On a obtenu, au paragraphe A.III, les relations suivantes :

$$a) \quad \cos \varphi_b = \frac{V_b}{V_o} + \frac{V_{os}}{V_o} \cos \varphi_s$$

$$b) \quad V_t^2 = V_o^2 + V_b^2 - 2 V_o V_b \cos \varphi_b$$

$$c) \quad \operatorname{tg} \Delta \varphi = \frac{V_b \sin \varphi_b}{V_o - V_b \cos \varphi_b}$$

$$d) \quad \varphi_s = \varphi_b + \Delta \varphi$$

avec :

$$V_b = I_o \frac{f_o}{T_o} \frac{Q_o}{Q_{oo}} r_o$$

On donne ici quelques grandeurs physiques :

Constante de temps :

$$\tau = \frac{2Q_o}{\omega_o} = 65 \mu s$$

si $Q_{oo} = 2Q_o = 80\,000$.

Le temps de passage dans l'injecteur est : $t_2 - t_1 = 630 \mu s$.

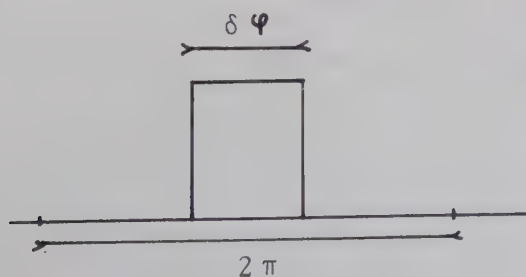
On a donc bien un régime permanent de la charge.

Impédance - shunt :

$$r_o = 40 \text{ M}\Omega/\text{m}.$$

Le facteur de forme f_o est défini par $\frac{\sin \delta \varphi / 2}{\delta \varphi / 2}$

où $\delta \varphi$ est l'extension en phase du paquet de protons.



Dans notre cas $\delta \varphi \approx 50^\circ$ soit $f_o = 0,9$

$T_o = 0,8$: facteur de temps de transit

par suite $\frac{f_o}{T_o} \approx 1$

et $V_b = 20 I_o$

I_o en ampère, V_b en MV/m

Le champ nominal : 2,7 MV/m est obtenu pour une puissance transmise de $P_o = 1,5$ MW.

Si on veut accélérer : 20 mA avec 20 MeV d'énergie de sortie, il faut $20 \times 20 = 400$ kW de puissance supplémentaire, soit $P_b = 400$ kW.

De même pour 30 mA, il faut $P_b = 30 \times 20 = 600$ kW.

1° - Si on garde le champ nominal $V_{os} = 2,7$ MV/m :
Quelle est l'intensité maximale de faisceau qui peut être accélérée sans apport supplémentaire de puissance ?

La phase nominale étant : $\varphi_{os} = 30^\circ$

$$V_{os} \cos \varphi_{os} = 2,34 \text{ MV/m}$$

$$V_b = V_o \cos (\varphi_b = 0) - V_{os} \cos \varphi_{os} = 0,36$$

soit : $I_o \text{ max} = 18 \text{ mA}$.

2° - On envoie une puissance supplémentaire de 400 kW soit :

$$P = P_o + P_b = 1,5 + 0,4 = 1,9 \text{ MW}$$

Le champ initial correspondant est :

$$V_o = V_{os} \sqrt{\frac{P}{P_o}} = 2,7 \sqrt{\frac{1,9}{1,5}} = 3,1 \text{ MV/m}$$

L'intensité maximale qui peut être accélérée est alors :

$$I_o \text{ max} = 38 \text{ mA}$$

Si $I_o = 20 \text{ mA}$, $V_b = 0,4 \text{ MV/m}$

La relation a) donne : $\varphi_b = 28^\circ$.

$$b) \Rightarrow E_t = 2,9 \text{ MV/m}$$

$$c) \Rightarrow \Delta\varphi = 3^\circ$$

$$\text{soit } \varphi_S = 31^\circ$$

coefficient de surtension : $Q_o = 40\,000$

$$Q_b = Q_o \frac{P_o}{P_b} = 150\,000$$

$$Q = \frac{Q_o Q_b}{Q_o + Q_b} = 32\,000$$

Impédance d'entrée de la boucle d'injection :

$$Z' = 50 \frac{P_o}{P_o + P_b} = 40 \, \Omega .$$

On sait que pour le TOS : S

$$S = z_{\max}$$

$$1/S = z_{\min}$$

Si z est l'impédance le long de la ligne ramenée à l'impédance caractéristique $Z_o = 50 \, \Omega$

$$\text{d'où } S = \frac{50}{40} = 1,25$$

On a le rapport :

$$\frac{P_r}{P_i} = \left(\frac{E_i}{E_r} \right)^2 = \left(\frac{S-1}{S+1} \right)^2 \approx 1 \, \%$$

1 % de la puissance incidente est réfléchi dans ce cas.

$$3^\circ - P_b = 600 \text{ kW} \Rightarrow P = 2,1 \text{ MW}$$

Les mêmes calculs que pour (2) donnent :

$$V_o = 3,3 \text{ MV/m}$$

$$I_o = 43 \text{ mA}$$

$$I_o = 30 \text{ mA} \text{ alors :}$$

$$V_b = 0,6 \text{ MV/m}$$

$$\varphi_b = 28^\circ$$

$$E_t = 3 \text{ MV/m}$$

$$\Delta\varphi = 5^\circ$$

$$\varphi_S = 33^\circ$$

$$Q_b = 100\ 000$$

$$Q = 29\ 000$$

$$Z' = 35\ \Omega$$

$$S = 1,4$$

$$\frac{P_r}{P_i} = 3\ \%$$

Annexe IV

Cette annexe donne les schémas détaillés des montages électroniques utilisés dans les différents organes de la boucle d'asservissement.

La page (IV.2) décrit le limiteur, les deux amplificateurs opérationnels et le transistor de puissance.

La page (IV.3) décrit la porte.

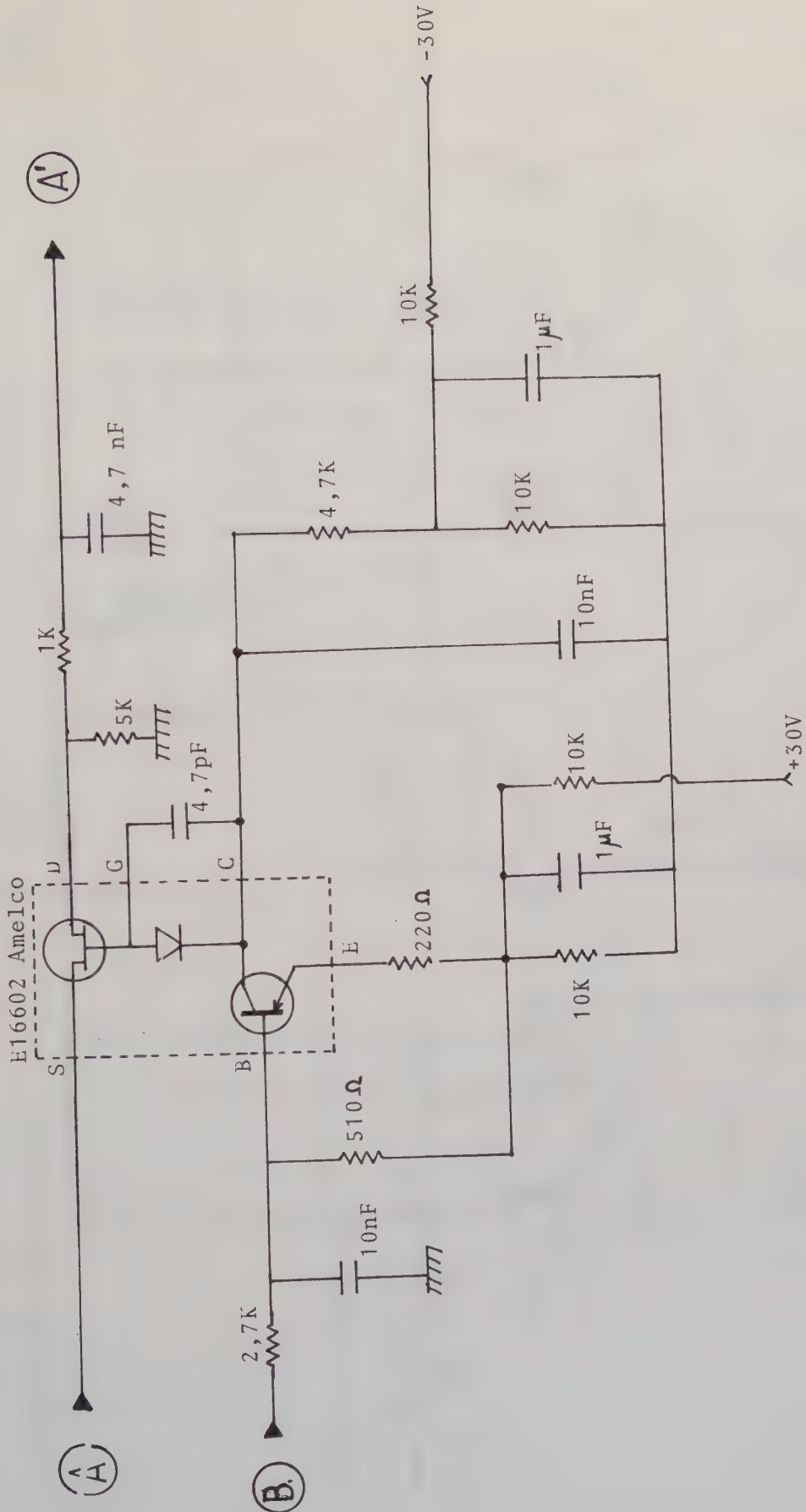
La page (IV.4) décrit la commande de la porte qui est constituée de deux bascules monostables.

La première permet de régler l'instant t_o d'ouverture de la porte, la seconde sert à régler la durée d'ouverture de la porte.

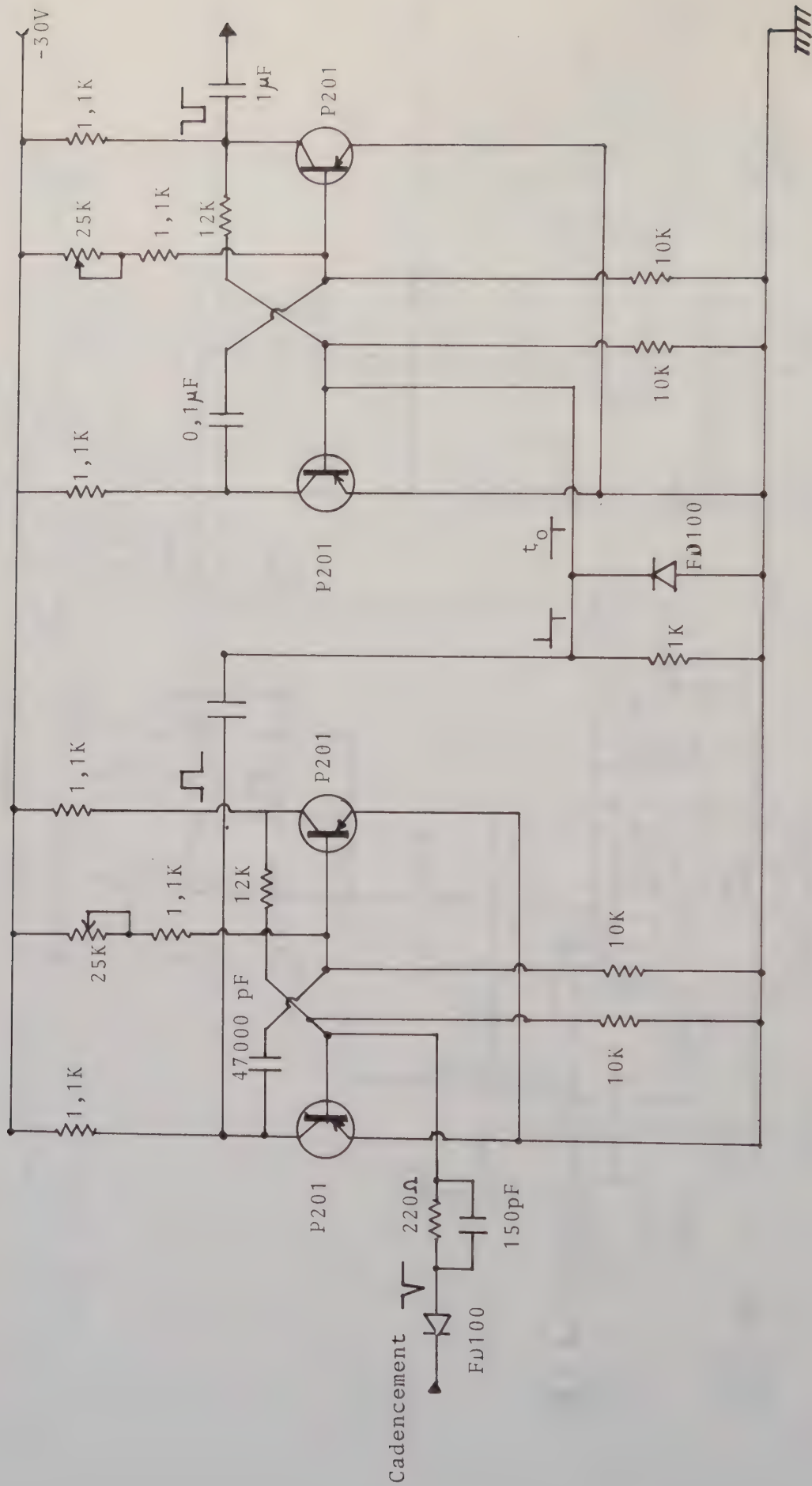
La page (IV.5) décrit le montage permettant d'obtenir la tension de référence V_o .

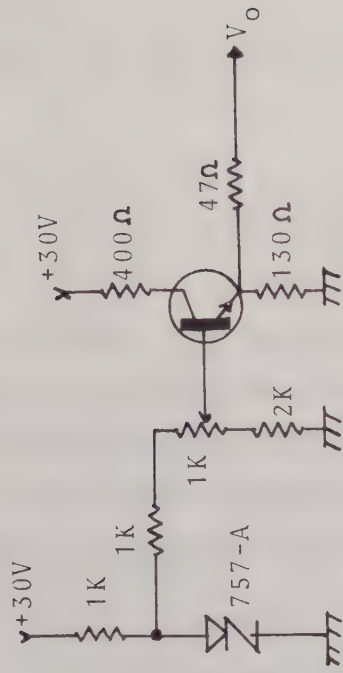
Enfin, dans la même page, on a le réseau de correction (limiteur + filtre + amplificateur opérationnel).

- Porte -



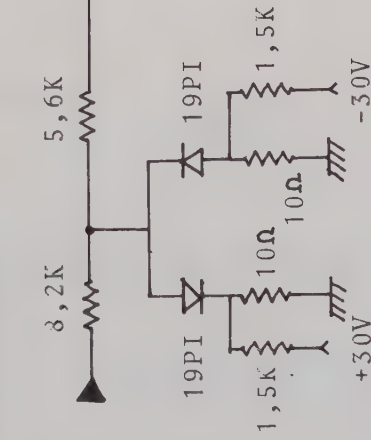
- Annexe IV.3 -



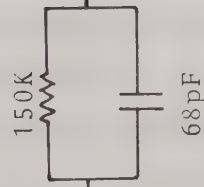


Tension de référence V_0

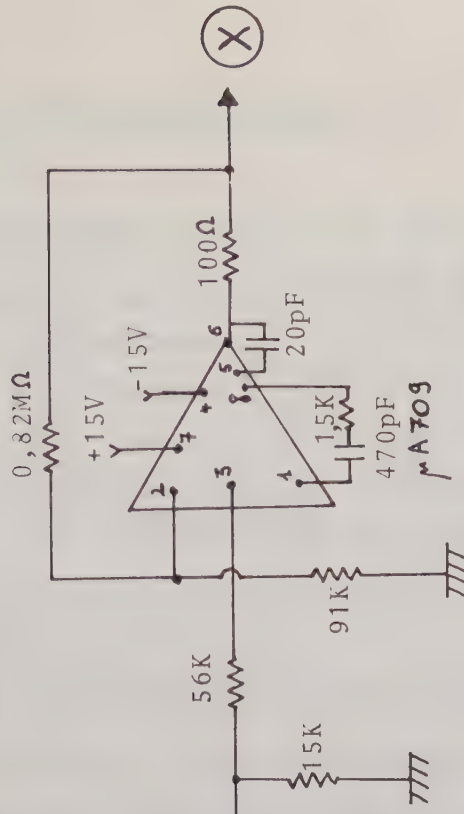
Réseau de correction



Limiteur



Filtre



Amplificateur

REMERCIEMENTS

Ce travail a été effectué au Département du Synchrotron Saturne au C.E.N. de Saclay.

Je tiens tout d'abord à remercier M. LEVY-MANDEL, chef de Département, M. GOUTTEFANGEAS, chef du Service d'Entretien et de Fonctionnement du Synchrotron Saturne et l'ensemble du personnel pour l'accueil chaleureux qui m'a été fait et pour les facilités matérielles qui m'ont été accordées.

J'exprime ma gratitude à MM. LAPOSTOLLE et PROME qui m'ont guidé dans mon travail et sont à l'origine des idées les plus importantes constituant la base de ce travail.

Je remercie chaleureusement M. RASTOIX pour les conseils précieux qu'il m'a prodigués tant dans la mise au point des expériences de la partie théorique que dans l'élaboration du régulateur.

Je remercie enfin, M. BOURBONNEUX pour l'aide constante et appréciable qu'il m'a apportée dans la réalisation et la mise en fonctionnement du régulateur.

Références bibliographiques

- [1] DUPUIS
Etude de la charge introduite par le faisceau dans les
cavités HF du linac du CPS
MPS/mt LIN 63/8 - juillet 1963
- [2] GILLE et PELLEGRIN
Théorie et calcul des asservissements
Dunod
- [3] GILLE et PELLEGRIN
Méthodes modernes d'études des systèmes asservis
Dunod
- [4] GLUCKSTERN
Beam-Loading Effects in Proton Linacs
TID 7691 - 1964
- [5] HEReward
Some examples of energy flow in the Alvarez structure
PS 4742 - janvier 1965
- [6] JOHNSON C.C.
Field and Wave Electrodynamics
Mac Graw Hill
- [7] KNAPP - SWENSON
Resonantly coupled standing wave accelerator structures for
Proton linac applications
Washington 1969
- [8] LAPOSTOLLE
Introduction à l'étude des accélérateurs linéaires
CERN 66.20 - juin 1966
- [9] LAPOSTOLLE
Phénomènes transitoires dans un guide d'ondes électromagné-
tiques au voisinage de la fréquence de coupure
AR/Int SG 65/9 - Avril 1965

- [10] LEE
Steady - state beam loading of the linac RF system
BNL - AGSCD - 28 - April 1968
- [11] LEE
Transient beam loading in standing wave linacs
BNL - AGSCD - 29 - February 1968
- [12] MURIN - KVASHA
Accelerating field stabilization in beam-loaded proton linac
by choosing HF supply parameters and operating conditions
MTD 657-A - September 1967
- [13] NAGLE - KNAPP
Coupled Resonator Model for standing accelerators tanks
RSI - November 1967 (p. 1583)
- [14] NISHIKAWA
An approach of the study of beam-loading for the linear
accelerator
AADD 46 - September 1964
- [15] NISHIKAWA
Normal mode analysis of standing wave linacs
Field excitation and beam-loading in linac cavities
AADD 87 - Novembre 1965
- [16] NISHIKAWA
Beam loading effects in standing wave linacs
PS/mt ACC 66/1 - Novembre 1966
- [17] NISHIKAWA
Transients and beam-loading effects
Décembre 1967
- [18] PROME
Détermination de l'accélérateur linéaire de 20 MeV, nouvel
injecteur du synchrotron Saturne
(Thèse - Docteur 3ème cycle) - CEA-R-3261
- [19] RAOULT
Les ondes centimétriques - Masson

- [20] ROUBINE
Lignes et antennes - Tome I
Collection du CNET
- [21] ROUBINE
Circuits pour ondes ultra-courtes
Ecole supérieure d'Electricité
- [22] SAMUEL
PIRE : volume 35 - Novembre 1947 - n° 11, pp. 1279 - 1283.
- [23] SEPTIER
Théorie et technique des accélérateurs linéaires - INSTN -
- [24] SLATER
Microwave Electronics
Van Nostrand (p. 57)
- [25] TRAN
Estimation de la charge du faisceau dans un linac du type
Alvarez
CSF. mt 1058 bis - Septembre 1963
- [26] GALLAGHER - DAGGITT
P.L.A. Progress Report - 1964 (p. 9)
- [27] GALLAGHER - DAGGITT
Automatic control of the electromagnetic field in linac
resonant cavities
NIRL/R/76 - 1965

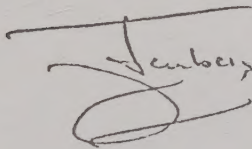
Manuscrit reçu le 16 juillet 1971

Table des matières

	Pages
PRESENTATION	1
<u>Partie A</u>	3
A.I - THEORIE GENERALE DES CAVITES RESONNANTES	4
- Propriété des modes propres	5
- Equations donnant la variation des coefficients en fonction du temps	6
- Mode prédominant - Coefficient de surtension à vide	7
A.II - ETABLISSEMENT DU CHAMP HF DANS UNE CAVITE EXCITEE PAR UNE SOURCE EXTERIEURE	11
a) Etat de la théorie	11
1 - Utilisation de schémas équivalents	12
2 - Calcul de M. Lapostolle	14
3 - Calcul de M. Nishikawa	16
b) Mesure d'impédance dynamique	21
1 - Principe de la mesure	21
2 - Description des mesures et des montages	23
3 - Présentation des résultats	29
c) Recherche d'un schéma équivalent	40
1 - Le circuit est accordé à la fréquence forcée	43
2 - Le circuit est désaccordé	53
A.III- CHARGE DE LA CAVITE PAR LE FAISCEAU	56
a) Etude théorique	56
b) Régime permanent	61
- Influence du faisceau sur Q_0 et Z	64

	Pages
<u>Partie B</u>	67
INTRODUCTION	68
B.I - SCHEMA SYNOPTIQUE GENERAL	70
B.II - SCHEMA FONCTIONNEL	70
1 - Eléments composant l'asservissement	70
2 - Calcul : relation entre précision et gain de la chaîne d'asservissement	74
- Application numérique	78
B.III REALISATION ET ETUDE DE LA STABILITE	79
1 - Courbes de gain et de phase de la chaîne directe	79
2 - Réalisation de la chaîne d'asservissement et étude de la stabilité	83
- Elimination des oscillations	85
B.IV - RESULTATS GENERAUX EN PRESENCE DU FAISCEAU	95
1 - Stabilité du niveau HF	95
2 - Comportement du faisceau	98
ANNEXES	
- Annexe I	101
- Annexe II	106
- Annexe III	109
- Annexe IV	113
REMERCIEMENTS	118
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	119

Vu et approuvé
Orsay, le 25 mai 1971
Le Vice-Président du Centre d'Orsay

A handwritten signature in black ink, appearing to read "Jean Berger". The signature is written in a cursive style with a horizontal line above the name and a large, stylized flourish below it.

